

17625

231-00Р

Олег Михайлович БОЯРКИН

Доктор физико-математических наук, профессор Белорусского государственного педагогического университета.

Область научных интересов — физика элементарных частиц и астрофизика. Автор книги «Введение в физику элементарных частиц» (URSS, 2006).



Предложил модель, объединяющую все возможные варианты теории электрослабых взаимодействий с лево-правой симметрией (Phys. Rev. D 50 (1994) 2247) и в рамках этой модели дал объяснение величины наблюдаемого на опыте аномального магнитного момента мюона (Phys. Rev. D 67 (2003) 073023). Изучая физику солнечных процессов, предсказал корреляцию нейтринного потока с солнечными вспышками (Phys. Rev. D 53 (1996) 5298).

Наше издательство рекомендует следующие книги:



3656 ID 33246

НАУЧНАЯ И УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА



URSS

E-mail:
URSS@URSS.ru
Каталог изданий
в Интернете:
<http://URSS.ru>



Любые отзывы о настоящем издании, а также обнаруженные опечатки присылайте по адресу URSS@URSS.ru. Ваши замечания и предложения будут учтены и отражены на web-странице этой книги в нашем интернет-магазине <http://URSS.ru>

О. М. Бояркин

ФИЗИКА МАССИВНЫХ НЕЙТРИНО

О. М. Бояркин

ФИЗИКА МАССИВНЫХ НЕЙТРИНО



URSS

УДК 539.123
ББК 22.382
Б 869

Бояркин Олег Михайлович

Физика массивных нейтрино. Изд. 2-е, перераб. и доп. — М.: КомКнига, 2006. — 200 с.

ISBN 5-484-00376-8

В монографии рассматривается квантовая теория массивного нейтринного поля как в рамках стандартной модели, так и в рамках ее расширений. Изучаются осцилляции нейтрино в вакууме, в конденсированном нейтральном веществе и в магнитном поле. Основное внимание в монографии уделяется солнечным и атмосферным нейтрино. Дается описание существующих нейтринных телескопов, приводится методика вычисления параметров осцилляций нейтрино, обсуждаются перспективы развития и области практического применения физики нейтрино.

Монография рассчитана на студентов, аспирантов и научных работников, специализирующихся в физике элементарных частиц и атомного ядра. Она также будет полезна всем, кто интересуется проблемами фундаментальной науки.

Рецензенты:

доктор физико-математических наук, профессор Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова *А. И. Студеникин*;
доктор физико-математических наук, профессор Гомельского технического университета *А. А. Панков*

Издательство «КомКнига». 117312, г. Москва, пр-т 60-летия Октября, 9.
Подписано к печати 24.04.2006 г. Формат 60×90/16. Печ. л. 12,5. Зак. № 536.
Отпечатано в ООО «ЛЕНАНД». 117312, г. Москва, пр-т 60-летия Октября, д. 11А, стр. 11.

ISBN 5-484-00376-8

© КомКнига, 2006



Оглавление

Предисловие	5
Глава 1. Стандартная модель	7
1.1. Абелева калибровочная инвариантность и КЭД	7
1.2. Неабелева калибровочная инвариантность и КХД	12
1.3. Спонтанное нарушение симметрии. Механизм Хиггса	15
1.4. Теория Глэшоу—Вайнберга—Салама	20
Глава 2. Квантовая теория нейтринного поля	37
2.1. Уравнение Майораны	37
2.2. Квантование майорановского поля	44
2.3. Вторично квантованное представление дискретных операций C , P и T	49
2.4. Масса нейтрино в моделях с $SU(2)_L \times U(1)_Y$ калибровочной группой	55
2.5. Нейтрино в теории Дирака и Майораны	68
2.6. Мультипольные моменты нейтрино	77
2.7. Лево-правая модель	84
Глава 3. Осцилляции нейтрино в вакууме	90
3.1. Описание в формализме волн де Бройля	90
3.2. Осцилляции и соотношение неопределенностей	97
3.3. Траектория нейтринных осцилляций с помощью волновых пакетов	98
3.4. Уравнение эволюции для нейтрино	102
Глава 4. Осцилляции нейтрино в веществе	105
4.1. Движение нейтрино в конденсированном веществе	105
4.2. Адиабатическое приближение	113
4.3. Неадиабатические эффекты	117
4.4. Осцилляции нейтрино в магнитном поле	125
4.5. Нейтринные осцилляции в ЛПМ	127

Глава 5. Солнечные нейтрино	137
5.1. Некоторые сведения о строении Солнца	137
5.2. Источники солнечных нейтрино	142
5.3. Нейтринные телескопы	145
5.4. Детектирование солнечных нейтрино	147
5.5. Анализ данных по наблюдению нейтрино	153
5.6. Прохождение нейтрино сквозь Землю	159
Глава 6. Атмосферные нейтрино	163
6.1. Космические лучи	163
6.2. Образование атмосферных нейтрино	165
6.3. Детектирование атмосферных нейтрино	168
Глава 7. Результаты и перспективы	173
Вместо эпилога	190
Литература	193

Предисловие

За последние два десятилетия наблюдается бурное развитие физики микромира. За эти годы наши представления об элементарности частиц претерпели значительные изменения. Большинство из них (несколько сот) рассматриваются сейчас как составные, состоящие из кварков, которые мы считаем фундаментальными. К числу фундаментальных частиц также относятся и лептоны. Особое место среди них занимает нейтрино, поскольку оно играет значительную роль и в крупномасштабных событиях Вселенной. Открытие у нейтрино массы делает его естественным кандидатом на роль частиц горячей темной материи и позволяет оценить среднюю плотность вещества во Вселенной, возраст Вселенной и ее дальнейшую судьбу. Физика нейтрино находится на переднем фронте физики микромира. Открытия здесь следуют одно за другим. Быстрое развитие этой области физики делает все более проблематичными не только работу с периодической литературой, но и простое ознакомление с современным состоянием теории и эксперимента.

Цель предлагаемой монографии — в доступной и сжатой форме представить современное состояние физики нейтрино. В первой главе приводится общая схема построения взаимодействующих полей на основании принципа локальной калибровочной инвариантности. В качестве примеров рассматриваются теория электрослабых взаимодействий Глэшоу—Вайнберга—Салама и квантовая хромодинамика. Во второй главе строится квантовая теория массивных нейтрино. Дается схема вторичного квантования для майорановского нейтрино, исследуется поведение как дираковского, так и майорановского нейтрино при дискретных преобразованиях. Обсуждаются экспериментальные трудности установления истинной природы нейтрино. В третьей главе выполняется детальное исследование осцилляций нейтрино в вакууме. Четвертая глава посвящена описанию эволюции потока нейтрино в конденсированном веществе. Рассмотрены резонансные переходы нейтрино как при движении в нейтральном веществе, так и в магнитном поле. Показано, как выполняется расчет вероятности выживания определенных сортов нейтрино в стандартной модели (СМ) и в ее расширениях. В пятой главе исследуется проблема солнечных нейтрино. Описана стандартная солнечная модель и приведены основные процессы генерации нейтрино в ядре Солнца. Рассматриваются существующие нейтринные телескопы и показывается, как происходит обработка результатов измерений. В шестой главе рассмотрены вопросы, связанные

с исследованиями атмосферных нейтрино. В заключение обсуждаются основные направления дальнейшего развития физики нейтрино и перспективы использования ее достижений в астрономии и геотомографии.

Для того чтобы понять излагаемый в монографии материал, необходимо знание основ квантовой теории поля и физики элементарных частиц. Что особенно важно, изучение монографии позволит не только получить представление о проблемах и достижениях этой области физики, а также подготовит читателя к чтению статей в научных журналах, посвященных теоретическим аспектам физики нейтрино. Монография предназначена в первую очередь для студентов, аспирантов и научных работников, специализирующихся в физике элементарных частиц и атомного ядра. Несомненно, она также будет полезна всем тем, кто интересуется проблемами фундаментальной науки.

В книге используется естественная система единиц ($\hbar = c = 1$) и метрика Фейнмана ($g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$).

Глава 1

Стандартная модель

Если я видел дальше других, то только потому, что стоял на плечах гигантов.

И. Ньютон

1.1. Абелева калибровочная инвариантность и КЭД

Согласно теореме Нётер каждому конечно-параметрическому (зависящему от l постоянных параметров) непрерывному преобразованию координат и функций поля, обращающему в ноль вариацию действия, соответствует l динамических инвариантов, т. е. l сохраняющихся во времени комбинаций функций поля и их производных. Так, из инвариантности относительно пространственных трансляций следует закон сохранения импульса, из инвариантности относительно временных трансляций — закон сохранения энергии, а из инвариантности относительно пространственных поворотов — закон сохранения момента импульса.

Помимо рассмотренных выше динамических инвариантов, связанных с симметрией пространства Минковского, в физике частиц вводятся также динамические инварианты, обусловленные симметрией физической системы, относительно преобразований в абстрактных пространствах. Такие инварианты получили название внутренних квантовых чисел, а соответствующие симметрии — негеометрических, внутренних или динамических. Закон сохранения электрического заряда является хорошим примером, иллюстрирующим связь

внутренняя симметрия \rightarrow инвариантность \rightarrow закон сохранения.

Итак, пусть имеется произвольное поле, описываемое N -компонентными комплексными функциями $\psi_k(x)$ и $\psi_k^\dagger(x) = (\psi_k^*)^T$ ($k = 1, 2, \dots, N$). Из условия действительности лагранжиана $\mathcal{L}(x)$ этого поля следует, что он содержит только билинейные комбинации полевых функций и их первых производных следующего вида:

$$\psi_k^\dagger(x) \mathcal{A}^{kl} \psi_l(x), \quad \partial^\mu \psi_k^\dagger(x) B_{\mu\nu}^{kl} \partial^\nu \psi_l(x), \quad (1.1)$$

$$\partial^\mu \psi_k^\dagger(x) C_\mu^{kl} \psi_l(x), \quad \psi_k^\dagger(x) C_\nu^{kl} \partial^\nu \psi_l(x), \quad (1.2)$$

где A^{kl} , $B_{\mu\nu}^{kl}$, C_μ^{kl} , C_ν^{kl} величины, не зависящие от x , а индексы k и l могут иметь тензорную или матричную размерность. Например, для свободного электрон-позитронного поля лагранжиан дается выражением

$$\mathcal{L} = \frac{i}{2} (\bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - \partial_\mu \bar{\psi} \gamma^\mu \psi) - m \bar{\psi} \psi$$

и мы имеем

$$A^{kl} = -m(\gamma^0)^{kl}, \quad B_{\mu\nu}^{kl} = 0, \quad C_\mu^{kl} = -C_\mu^{kl} = \frac{i}{2} (\gamma^0 \gamma^\mu)^{kl},$$

где k и l — матричные индексы.

Из (1.1) и (1.2) следует, что функции поля определены с точностью до произвольного фазового множителя. Это значит, что при преобразованиях

$$\left. \begin{aligned} \psi_k(x) &\rightarrow \psi'_k(x) = U(\alpha) \psi_k(x) = \exp(i\alpha) \psi_k(x), \\ \psi_k^\dagger(x) &\rightarrow \psi'^\dagger_k(x) = U^\dagger(\alpha) \psi_k^\dagger(x) = \exp(-i\alpha) \psi_k^\dagger(x), \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

где α — произвольное постоянное число, лагранжиан системы остается инвариантным. Другими словами, физическая реальность, соответствующая описанию в терминах старых ($\psi_k(x)$) и новых ($\psi'_k(x)$) полевых функций, одна и та же.

Преобразования $U(\alpha)$ образуют однопараметрическую группу локальных (поскольку фаза α не зависит от x) калибровочных преобразований, которую еще называют группой калибровочных преобразований первого рода. Группа $U(\alpha)$ унитарна, т. е.

$$U(\alpha) U^\dagger(\alpha) = I,$$

где I — единичная матрица. Она также является абелевой, поскольку все ее элементы коммутируют друг с другом. Рассмотрим электрон-позитронное поле и выполним бесконечно малое преобразование функций поля

$$\left. \begin{aligned} \psi'(x) &= (1 + i\delta\alpha) \psi(x) = \psi(x) + \delta\psi(x), \\ \bar{\psi}'(x) &= (1 - i\delta\alpha) \bar{\psi}(x) = \bar{\psi}(x) + \delta\bar{\psi}(x). \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

Инвариантность теории означает, что вариация лагранжиана при преобразованиях (1.4) обращается в ноль, т. е. имеет место

$$\begin{aligned} \delta\mathcal{L} &= \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\psi} \delta\psi + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\bar{\psi}} \delta\bar{\psi} + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\psi)} \delta(\partial_\mu\psi) + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\bar{\psi})} \delta(\partial_\mu\bar{\psi}) = \\ &= i\alpha \left[\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\psi} \psi - \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\bar{\psi}} \bar{\psi} \right] + i\alpha \left[\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\psi)} \partial_\mu\psi - \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\bar{\psi})} \partial_\mu\bar{\psi} \right] = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= i\alpha \left[\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\psi} - \partial_\mu \left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\psi)} \right) \right] \psi - i\alpha \left[\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\bar{\psi}} - \partial_\mu \left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\bar{\psi})} \right) \right] \bar{\psi} + \\ &+ i\alpha \partial_\mu \left[\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\psi)} \psi - \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\bar{\psi})} \bar{\psi} \right] = 0. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Выражения в квадратных скобках равны нулю в силу уравнений Лагранжа—Эйлера для ψ и $\bar{\psi}$. Таким образом, инвариантность лагранжиана относительно (1.4) приводит к сохранению тока

$$\partial_\mu j^\mu = 0,$$

где

$$j_\mu = i\alpha \left[\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\psi)} \psi - \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\bar{\psi})} \bar{\psi} \right].$$

Для произвольного поля с k степенями свободы уравнению непрерывности удовлетворяет ток вида

$$j^\mu(x) = i\alpha \left(\frac{\partial\mathcal{L}(x)}{\partial[\partial_\mu\psi_k(x)]} \psi_k(x) - \frac{\partial\mathcal{L}(x)}{\partial[\partial_\mu\psi_k^\dagger(x)]} \psi_k^\dagger(x) \right). \quad (1.6)$$

Интегрируя уравнение непрерывности по трехмерному объему и используя теорему Гаусса, мы приходим к закону сохранению соответствующего заряда

$$Q = \int j^0(x) d\mathbf{r} = \text{const}. \quad (1.7)$$

Очевидно, что то же самое будет иметь место и для тока, равного $\text{const} \times j^\mu$, если ток j^μ удовлетворяет уравнению непрерывности. Так как в методе, который мы использовали, единица измерения заряда не фиксирована, то это можно сделать лишь с помощью дополнительных физических предположений. Полагая $\alpha = q$, где q — электрический заряд частиц, соответствующих волновому полю, приходим к закону сохранения электрического заряда

$$\begin{aligned} Q_{em} &= \int j_{em}^0(x) d\mathbf{r} = \\ &= iq \int \left(\frac{\partial\mathcal{L}(x)}{\partial[\partial_0\psi_k(x)]} \psi_k(x) - \frac{\partial\mathcal{L}(x)}{\partial[\partial_0\psi_k^\dagger(x)]} \psi_k^\dagger(x) \right) d\mathbf{r} = \text{const}. \end{aligned} \quad (1.8)$$

Для дальнейшего будет полезно придать калибровочному преобразованию (1.3) геометрическую форму. Для простоты рассмотрим однокомпонентное поле $\phi(x)$ (такие поля описывают бесспиновые частицы). Функции поля $\phi(x)$ и $\phi^*(x)$ можно представить в виде:

$$\phi(x) = \frac{\phi_1(x) + i\phi_2(x)}{\sqrt{2}}, \quad \phi^*(x) = \frac{\phi_1(x) - i\phi_2(x)}{\sqrt{2}}, \quad (1.9)$$

где $\phi_1(x)$ и $\phi_2(x)$ — действительные величины. Тогда калибровочные преобразования (1.3) будут выглядеть так:

$$\left. \begin{aligned} \phi'_1(x) + i\phi'_2(x) &= \exp(i\alpha)[\phi_1(x) + i\phi_2(x)], \\ \phi'_1(x) - i\phi'_2(x) &= \exp(-i\alpha)[\phi_1(x) - i\phi_2(x)]. \end{aligned} \right\} \quad (1.10)$$

Так как уравнениям (1.10) можно придать форму

$$\begin{pmatrix} \phi_1(x) \\ \phi_2(x) \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1(x) \\ \phi_2(x) \end{pmatrix}, \quad (1.11)$$

то очевидно, что калибровочные преобразования (1.3) возможно трактовать как повороты вектора $\phi(x) = (\phi_1(x), \phi_2(x))$ на угол α . Сказанное выше на теоретико-групповом жаргоне означает, что группа $U(1)$ локально изоморфна группе ортогональных поворотов $SO(2)$ в двумерном пространстве действительных функций $\phi_1(x)$ и $\phi_2(x)$. Поскольку $\alpha = \text{const}$, то это преобразование должно быть одним и тем же для всех точек пространственно-временного континуума, т. е. это — «глобальное» калибровочное преобразование. Другими словами, когда совершается поворот на угол α во внутреннем пространстве поля $\phi(x)$ в одной точке, то тот же самый поворот должен одновременно совершаться и во всех других точках. Если бы с инвариантностью относительно этого преобразования была связана сохраняющаяся величина, не являющаяся источником физического поля, то не было бы никаких поводов для беспокойства. Однако электрический заряд создает в пространстве электромагнитное поле и электромагнитное взаимодействие распространяется не мгновенно, а с конечной скоростью. Чтобы избежать конфликта с теорией близкого действия (или полевой концепцией), мы вынуждены локализовать калибровочное преобразование $U(1)$, т. е. фазу α считать разной для различных точек пространства-времени $\alpha = \alpha(x)$. Соответствующее преобразование называется «локальным» калибровочным преобразованием или калибровочным преобразованием второго рода.

Посмотрим, к каким физическим следствиям приведет инвариантность теории относительно локальных калибровочных преобразований. В качестве примера обратимся к электрон-позитронному полю $\psi(x)$, плотность функции Лагранжа которого запишем в виде

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}(x)\gamma^\mu \partial_\mu \psi(x) - m\bar{\psi}(x)\psi(x). \quad (1.12)$$

Закон трансформации функций поля при локальных калибровочных преобразованиях группы $U(1)$ имеет вид:

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = \exp[i\alpha(x)]\psi(x). \quad (1.13)$$

Из-за наличия производной лагранжиан (1.12) не является инвариантным при этих преобразованиях, поскольку

$$\partial_\mu \psi(x) \rightarrow \exp[i\alpha(x)][\partial_\mu \psi(x) + i\psi(x)\partial_\mu \alpha(x)]. \quad (1.14)$$

Инвариантность лагранжиана будет обеспечена, если ввести новую производную таким образом, чтобы производная от полевой функции преобразовывалась точно так же, как и сама функция, т. е.

$$D_\mu \psi(x) \rightarrow \exp[i\alpha(x)]D_\mu \psi(x). \quad (1.15)$$

Соотношение (1.15) будет выполнено при условии, что

$$D_\mu = \partial_\mu + igA_\mu(x), \quad (1.16)$$

где введенное нами векторное поле $A_\mu(x)$ при локальных преобразованиях (1.13) должно вести себя следующим образом:

$$A_\mu(x) \rightarrow A_\mu(x) - g^{-1}\partial_\mu \alpha(x). \quad (1.17)$$

Новую производную D_μ назовем ковариантной производной. Теперь наша система, помимо фермионного поля, включает также и векторное поле. Следовательно, лагранжиан (1.12) необходимо дополнить свободным лагранжианом поля $A_\mu(x)$, который, в свою очередь, не должен нарушать локальную калибровочную инвариантность и быть релятивистски ковариантным. Если также потребовать выполнения принципа суперпозиции, то речь может идти только о величине типа

$$aF_{\mu\nu}(x)F^{\mu\nu}(x) + b\tilde{F}_{\mu\nu}(x)\tilde{F}^{\mu\nu}(x), \quad (1.18)$$

где

$$F_{\mu\nu}(x) = \partial_\mu A_\nu(x) - \partial_\nu A_\mu(x), \quad \tilde{F}_{\mu\nu}(x) = \frac{1}{2}\epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}F^{\lambda\sigma}(x).$$

Теперь для получения лагранжиана квантовой электродинамики (КЭД) нам достаточно отождествить g с электрическим зарядом электрона e , $A_\mu(x)$ с электромагнитным полем и выбрать коэффициенты в (1.18) следующим образом: $a = -1/4$, $b = 0$. Таким образом, инвариантность лагранжиана, относительно группы локальных калибровочных преобразований, обеспечивает не только сохранение электрического заряда, но и приводит к гармонии со специальной теорией относительности. Еще одним следствием локальности калибровочной группы $U(1)$ является возникновение соответствующего этой группе калибровочного бозона — переносчика электромагнитного взаимодействия, который называется фотоном. Подчеркнем, что добавление к полному лагранжиану КЭД массового члена $m^2 A_\mu A^\mu / 2$ запрещено калибровочной инвариантностью. Сохранение инвариантности требует безмассовости соответствующего калибровочного бозона — переносчика взаимодействия.

Итак, налагая на лагранжиан свободного фермионного поля естественное требование локальной калибровочной инвариантности, мы приходим к теории взаимодействующих полей КЭД. Тогда, если отвлечься от некоторого произвола в выборе лагранжианов свободных полей, то вышесказанное можно расценивать как сильный аргумент в пользу того, что локальная калибровочная инвариантность представляет собой принцип, лежащий в основе теории любого взаимодействия.

1.2. Неабелева калибровочная инвариантность и КХД

Итак, электромагнитное поле возникает как компенсирующее поле, обеспечивающее инвариантность заряженных полей относительно локальной однопараметрической группы $U(1)_{em}$. В 1954 г. Янг и Миллс исследовали локальное обобщение неабелевой трехпараметрической группы $SU(2)$. В результате они пришли к выводу, что в этом случае локальная калибровочная инвариантность теории требует введения уже трехкомпонентного компенсирующего поля. Очевидное обобщение этого факта заключается в утверждении, что в случае n -параметрической локальной калибровочной группы инвариантность теории потребует введения n -компонентного компенсирующего поля. Однако, поскольку эти калибровочные поля были безмассовы, то они приводили к дальнедействующим силам, которые в природе отсутствовали. В связи с этим, поначалу теория Янга—Миллса вызывала чисто академический интерес и в ней никак нельзя было разглядеть прообраз будущей теории сильных взаимодействий. В те времена понятие кварк и глюон не существовало. Они появились спустя десятилетие и вначале никак не связывались с математическим аппаратом неабелевых теорий. Понадобилось еще десять лет, чтобы синтез этих двух идей привел к формулировке квантовой хромодинамики КХД.

КХД основана на развитии изложенной в п. 1.1 идеи с заменой калибровочной группы $U(1)_{em}$ группой $SU(3)_c$ фазовых преобразований цветных полей кварков. Примем для простоты, что кварки обладают только одним ароматом. Тогда для лагранжиана свободных кварков имеем

$$\mathcal{L}_0 = \bar{q}_k(x)(i\gamma_\mu \partial^\mu - m)q_k(x), \quad (1.19)$$

где $k = R, B, G$. Посмотрим, к каким следствиям приведет требование инвариантности \mathcal{L}_0 относительно локальных калибровочных преобразований неабелевой группы $SU(3)_c$

$$\begin{aligned} q'_k(x) &= U_{kj}(x)q_j(x) = \{\exp[i\alpha_a(x)T_a]\}_{kj} q_j(x), \\ \bar{q}'_k(x) &= \bar{q}_j(x)U_{kj}^\dagger(x), \end{aligned} \quad (1.20)$$

где $T_a = \lambda_a/2$ и λ_a — матрицы Гелл-Манна:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \lambda_4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\ \lambda_7 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Итак, наша задача — обеспечить локальную $SU(3)_c$ -инвариантность лагранжиана \mathcal{L}_0 . Перейдем в (1.20) к инфинитезимальным преобразованиям

$$q'_k(x) = [\delta_{kj} + i\alpha_a(x)(T_a)_{kj}]q_j(x). \quad (1.21)$$

В этом случае производная от полевой функции кварка преобразуется по закону

$$\partial_\mu q'_k(x) = [\delta_{kj} + i\alpha_a(x)(T_a)_{kj}]\partial_\mu q_j(x) + i(T_a)_{kj}q_j(x)\partial_\mu \alpha_a(x) \quad (1.22)$$

и нарушает инвариантность \mathcal{L}_0 . Чтоб спасти положение, введем восемь калибровочных полей $G_\mu^a(x)$ и построим ковариантные производные

$$D_{kj}^\mu(x) = \delta_{kj}\partial^\mu + ig_s(T_a)_{kj}G_\mu^a(x), \quad (1.23)$$

где $g_s \equiv g_{SU(3)_c}$. Далее в \mathcal{L}_0 заменим обычные производные на ковариантные

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_0 &= \bar{q}_k(x)[i\gamma^\mu D_{kj}^\mu(x) - m\delta_{kj}]q_j(x) = \\ &= \bar{q}_k(x)(i\gamma_\mu \partial^\mu - m)q_k(x) - g_s[\bar{q}_k(x)\gamma_\mu(T_a)_{kj}q_j(x)]G_\mu^a(x). \end{aligned} \quad (1.24)$$

Инвариантность лагранжиана будет обеспечена при условии

$$\bar{q}'_k(x)D_{kj}^\mu(x)q'_j(x) = \bar{q}_k(x)D_{kj}^\mu(x)q_j(x),$$

что, в свою очередь, дает

$$D_{kj}^\mu(x) = U_{ki}(x)D_{il}^\mu(x)U_{jl}^\dagger(x). \quad (1.25)$$

По аналогии с КЭД потребуем, чтобы закон преобразования калибровочных полей $G_\mu^a(x)$ имел вид

$$G_\mu^{a\prime}(x) = G_\mu^a(x) - \frac{1}{g_s}\partial_\mu \alpha_a(x). \quad (1.26)$$

Однако в этом случае последняя величина в (1.24) не является инвариантом относительно $SU(3)_c$ преобразований, поскольку имеет место

$$\begin{aligned} [\bar{q}_k(x)\gamma_\mu(T_a)_{\bar{k}j}q_j(x)]' &= \\ &= [\bar{q}_k(x)\gamma_\mu(T_a)_{\bar{k}j}q_j(x)] + i\alpha_b(x)\bar{q}_k(x)\gamma_\mu(T_aT_b - T_bT_a)_{\bar{k}j}q_j(x) = \\ &= [\bar{q}_k(x)\gamma_\mu(T_a)_{\bar{k}j}q_j(x)] - f_{abc}\alpha_b(x)(\bar{q}_k(x)\gamma_\mu(T_c)_{\bar{k}j}q_j(x)), \end{aligned}$$

где мы учли алгебру λ_a матриц. Из полученного соотношения следует, что калибровочная инвариантность лагранжиана (1.19) будет восстановлена при условии замены закона преобразования (1.26) на

$$G_\mu^a(x) = G_\mu^a(x) - \frac{1}{g_s}\partial_\mu\alpha_a(x) - f_{abc}\alpha_b(x)G_\mu^c(x). \quad (1.27)$$

Теперь нам следует дополнить лагранжиан \mathcal{L} свободным лагранжианом калибровочных бозонов \mathcal{L}_G . Благодаря наличию последнего слагаемого в (1.27), тензор поля $G_\mu^a(x)$ имеет более сложный вид, чем его аналог в КЭД. Нетрудно показать, что калибровочная инвариантность будет обеспечена при следующем выборе \mathcal{L}_G

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a(x)G_{\mu\nu}^a(x), \quad (1.28)$$

где

$$G_{\mu\nu}^a(x) = \partial_\mu G_\nu^a(x) - \partial_\nu G_\mu^a(x) - g_s f_{abc}G_\mu^b(x)G_\nu^c(x). \quad (1.29)$$

Итак, мы получили полный лагранжиан цветных кварков q_k и векторных глюонов G_μ

$$\mathcal{L} = \bar{q}_k(x)(i\gamma_\mu\partial^\mu - m)q_k(x) - g_s[\bar{q}_k(x)\gamma_\mu G_{\bar{k}j}^\mu(x)q_j(x)] - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a(x)G_{\mu\nu}^a(x), \quad (1.30)$$

где $G_{\bar{k}j}^\mu(x) = (\lambda_a)_{\bar{k}j}G_\mu^a(x)/2$, исходя только из требования инвариантности лагранжиана относительно локальной калибровочной симметрии группы $SU(3)_c$. Число фаз кварковых полей, которые мы можем менять произвольным образом, равно восьми, следовательно, для компенсации всех изменений фаз нам требуется столько же глюонов. Поскольку введение массового члена для глюонов приводит к нарушению локальной калибровочной инвариантности, то переносчики сильного взаимодействия являются безмассовыми частицами.

Из вида \mathcal{L}_G следует, что в КХД кинетическая энергия глюонов уже не является чисто кинетической, так как она содержит индуцированное взаимодействие между глюонами ($\sim g_s^2 G_\mu^a G_\nu^b G_\lambda^c$ и $\sim g_s^2 G_\mu^a G_\nu^b G_\lambda^d$). Итак, в КХД диаграммы Фейнмана включают вершины, в которых встречаются

только одни глюоны. Другими словами, глюоны обладают нелинейным самодействием и это возможно, поскольку они сами несут цветовой заряд.

Определение лагранжиана теории, или, что одно и то же, установление уравнения эволюции, является основной вехой при создании новой теории. Появление КХД резко изменило положение в теории сильных взаимодействий. На сегодняшний день КХД является единственным серьезным кандидатом, претендующим на описание структуры адронов и процессов их взаимодействий. Многие важные вопросы в КХД уже выяснены и полученные теоретические результаты применяются при интерпретации и описании экспериментальных данных. Однако КХД все еще находится в процессе становления. На «больших» расстояниях ($\geq 10^{-13}$ см) нелинейность приводит к таким силам между кварками и глюонами, которые не позволяют этим объектам появляться в свободном состоянии. Именно трактовка эффектов, связанных с большими расстояниями, является камнем преткновения КХД, с ней связаны основные нерешенные проблемы.

Калибровочные поля, которые вводят для обеспечения локальной неабелевой калибровочной инвариантности теории, теперь называют полями Янга—Миллса, а уравнения, которым они подчиняются в свободном случае

$$\partial^\nu G_{\mu\nu}^a(x) + g\varepsilon_{abc}G^{b\nu}(x)G_{\mu\nu}^c(x) = 0, \quad (1.31)$$

где ε_{abc} — структурные константы рассматриваемой локальной калибровочной группы, называют уравнениями Янга—Миллса.

1.3. Спонтанное нарушение симметрии. Механизм Хиггса

КХД — не единственный потомок теории Янга—Миллса. Теория электрослабого взаимодействия также была создана на фундаменте неабелевой калибровочной теории. Однако путь ее создания был уже более сложен. Дело в том, что калибровочные поля по своей природе дальнотьющие, что немедленно приводит к нулевой массе переносчиков взаимодействия, как это имеет место в случае КЭД и КХД. Слабое взаимодействие же существует лишь на очень малых расстояниях, и частицы — переносчики слабого взаимодействия, которые мы называем W^\pm и Z бозонами, должны иметь огромную массу. Итак, необходимо было совместить несовместимое — локальную калибровочную инвариантность и ненулевую массу W^\pm и Z бозонов. Оказалось, что для решения этой проблемы необходимо использовать идею о спонтанном нарушении симметрии.

Эволюция любой физической системы определяется двумя факторами: 1) формой лагранжиана (или гамильтониана) и 2) начальными усло-

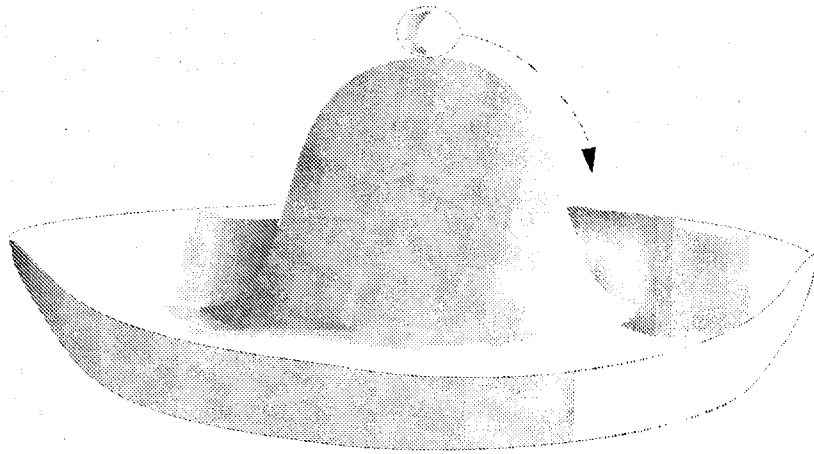


Рис. 1.1. Спонтанное нарушение симметрии

виями. В качестве примера рассмотрим гладкую поверхность в форме остроконечной шляпы, покоящейся на горизонтальном основании (рис. 1.1).

Установим на вершущке шляпы шарик и единственной силой, действующей на систему, будем считать гравитацию. Очевидно, что система обладает явной симметрией относительно поворотов вокруг вертикальной оси, проходящей через центр шляпы. Однако система неустойчива. Действительно, стоит нам сдвинуть шарик с места (т. е. изменить начальное условие), как он скатится вниз и симметрия системы нарушится. Остановившись в определенном месте на полях шляпы, шарик задаст тем самым выделенное горизонтальное направление от центральной оси. Система обрела устойчивость за счет потери симметрии. Шарик предпочитает скатиться на поля, так как у состояния с нарушенной симметрией более низкая энергия. В устойчивой конфигурации исходная вращательная симметрия гравитационной силы по-прежнему существует, но в скрытом виде. Наблюдаемое состояние системы не отражает симметрии тех взаимодействий, которые проявляются в системе.

В квантовой теории поля, обладающей симметрией, два аналогичных условия определяют характер проявления симметрии: 1) форма лагранжиана и 2) форма вакуума. В КЭД и КХД как лагранжиан, так и вакуумное состояние были инвариантны при преобразованиях симметрии. В таких случаях мы говорим, что симметрия теории не нарушена. В 1960 г. Намбу и Голдстоун показали, что возможны такие теории, в которых лагранжиан инвариантен относительно преобразований симметрии, в то время как вакуум неинвариантен. Для этого случая используется термин спонтанное нарушение симметрии.

Исследуем спонтанное нарушение локальной калибровочной симметрии на примере группы $U(1)$. Рассмотрим мир, состоящий только из заряженных скалярных частиц, описываемых лагранжианом

$$\mathcal{L} \equiv T - V(\varphi) = [\partial_\mu \varphi(x)]^* [\partial^\mu \varphi(x)] - \mu^2 \varphi^*(x) \varphi(x) - \lambda [\varphi^*(x) \varphi(x)]^2 \quad (1.32)$$

с $\lambda > 0$. Если $\mu^2 > 0$, то лагранжиан описывает самодействующее (по закону $[\varphi^*(x) \varphi(x)]^2$) скалярное поле с массой μ^2 . При этом вакууму (минимуму $V(\varphi)$) соответствует значение $\varphi(x) = 0$. Или, другими словами, среднее по вакууму от $\varphi(x)$ обращается в нуль ($\langle 0 | \varphi(x) | 0 \rangle = 0$). Однако мы хотим исследовать случай с $\mu^2 < 0$. Если ввести действительные полевые функции согласно соотношению

$$\varphi(x) = \frac{\varphi_1(x) + i\varphi_2(x)}{\sqrt{2}},$$

то лагранжиан (1.32) примет вид

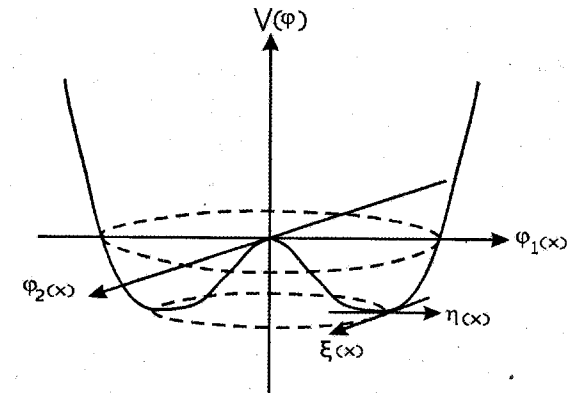
$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \{ [\partial_\mu \varphi_1(x)]^2 + [\partial_\mu \varphi_2(x)]^2 - \mu^2 [\varphi_1^2(x) + \varphi_2^2(x)] - \lambda [\varphi_1^2 + \varphi_2^2(x)]^2 / 2 \}. \quad (1.33)$$

Из такой записи очевидно, что минимумы потенциала $V(\varphi)$ лежат на окружности радиусом v в плоскости φ_1, φ_2 , так что

$$\varphi_1^2 + \varphi_2^2 = v^2, \quad v^2 = -\frac{\mu^2}{\lambda}, \quad (1.34)$$

как показано на рис. 1.2.

Это значит, что в вакууме существует постоянное скалярное поле — так называемый вакуумный конденсат скалярного поля. Эта величина,

Рис. 1.2. Потенциал $V(\varphi)$ комплексного скалярного поля

т.е. сдвиг энергии основного состояния, не может быть измерена экспериментально, так как эксперименты измеряют разность между данной энергией и энергией вакуума.

Для того чтобы сделать лагранжиан (1.33) инвариантным относительно локальных калибровочных преобразований группы $U(1)$:

$$\varphi'(x) = \exp[i\alpha(x)]\varphi(x),$$

введем ковариантную производную

$$D_\mu(x) = \partial_\mu + ieA_\mu(x), \quad (1.35)$$

где $A_\mu(x)$ преобразуется по закону

$$A'_\mu(x) = A_\mu(x) - \frac{1}{e}\partial_\mu\alpha(x). \quad (1.36)$$

Дополнив, полученный лагранжиан свободным лагранжианом калибровочных бозонов, получаем

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & [\partial_\mu - ieA_\mu(x)]\varphi^*(x)[\partial^\mu + ieA^\mu(x)]\varphi(x) - \mu^2\varphi^*(x)\varphi(x) - \\ & - \lambda[\varphi^*(x)\varphi(x)]^2 - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}(x)F^{\mu\nu}(x). \end{aligned} \quad (1.37)$$

В физике элементарных частиц в большинстве случаев мы не можем получать точные решения. Чаше всего нам приходится использовать разложение в ряд теории возмущений и вычислять флуктуации вблизи минимальной энергии. Если мы попытаемся выполнить разложение в окрестности неустойчивой точки $\varphi = 0$, то ряд теории возмущений не будет сходиться. Правильный способ действия — выполнять разложение в окрестности минимума потенциала $V(\varphi)$, т.е. в окрестности стабильного вакуума. В качестве такового выберем точку $\varphi_1 = v$, $\varphi_2 = 0$. Заметим, что вакуум уже не инвариантен относительно группы $U(1)$, т.е. симметрия оказывается спонтанно нарушенной. Разложим \mathcal{L} в окрестности вакуума, для чего введем действительные поля $\eta(x)$ и $\xi(x)$, которые описывают квантовые флуктуации вокруг этого минимума

$$\varphi(x) = \frac{\eta(x) + i\xi(x) + v}{\sqrt{2}}. \quad (1.38)$$

Подстановка (1.38) в лагранжиан (1.37) приводит к выражению

$$\begin{aligned} \mathcal{L}' = & \frac{1}{2}\{[\partial_\mu\xi(x)]^2 + [\partial_\mu\eta(x)]^2\} - v^2\lambda\eta^2(x) + \frac{1}{2}e^2v^2A_\mu(x)A^\mu(x) + \\ & + evA_\mu(x)\partial^\mu\xi(x) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}(x)F^{\mu\nu}(x) + \mathcal{L}_{int}, \end{aligned} \quad (1.39)$$

где за \mathcal{L}_{int} мы обозначили слагаемые, описывающие взаимодействия $\eta(x)$ и $A_\mu(x)$ полей. Из лагранжиана (1.39) следует

$$m_\xi = 0, \quad m_\eta = \sqrt{2\lambda}v, \quad m_A = ev. \quad (1.40)$$

Итак, мы добились поставленной цели — придать массу калибровочному бозону. Однако при этом возникла другая проблема, связанная с появлением безмассовой скалярной частицы. Такие частицы называются голдстоуновскими бозонами. Разберемся с этой ситуацией. Придав массу полю $A_\mu(x)$, мы тем самым увеличили число поляризационных степеней свободы от 2 до 3, так как теперь поле $A_\mu(x)$ может иметь продольную поляризацию. Простой же сдвиг полевых переменных, согласно соотношению (1.38), никак не может создать новых степеней свободы. Очевидно, что не все поля, входящие в \mathcal{L}' , соответствуют физическим частицам. Несомненно, что подозрение в непричастности к физическому сектору вызывает именно голдстоуновский бозон. Поскольку теория калибровочно-инвариантна, то мы вправе совершать любое калибровочное преобразование (фиксировать калибровку¹⁾) и физическое содержание теории при этом будет неизменно. Форму искомого преобразования нам может подсказать приближенное равенство

$$\varphi(x) = \frac{\eta(x) + i\xi(x) + v}{\sqrt{2}} \approx \frac{\eta(x) + v}{\sqrt{2}} \exp\left[\frac{i\xi(x)}{v}\right], \quad (1.41)$$

которое справедливо в низшем порядке по $\xi(x)$. Тогда, очевидно, нам следует ввести новые поля вида

$$\begin{aligned} \varphi'(x) &= \exp\left[-\frac{i\xi(x)}{v}\right]\varphi(x) = \frac{\eta(x) + v}{\sqrt{2}}, \\ A'_\mu(x) &= A_\mu(x) + \frac{1}{ev}\partial_\mu\xi(x). \end{aligned}$$

Далее, учитывая, что

$$\begin{aligned} D_\mu\varphi(x) &= \exp\left[\frac{i\xi(x)}{v}\right][\partial_\mu\varphi'(x) + ieA'_\mu(x)\varphi'(x)] = \\ &= \exp\left[\frac{i\xi(x)}{v}\right]\frac{1}{\sqrt{2}}\{\partial_\mu\eta(x) + ieA'_\mu(x)[\eta(x) + v]\} \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} |D_\mu\varphi(x)|^2 &= \frac{1}{2}|\partial_\mu\eta(x) + ieA'_\mu(x)[\eta(x) + v]|^2, \\ F_{\mu\nu} &= \partial_\mu A'_\nu(x) - \partial_\nu A'_\mu(x), \end{aligned}$$

¹⁾ Калибровка, позволяющая исключить голдстоуновский бозон $\xi(x)$, получила название унитарной калибровки.

мы переписываем лагранжиан (1.32) в следующем виде:

$$\mathcal{L}'' = \frac{1}{2} |\partial_\mu \eta(x) + ieA'_\mu(x)[\eta(x) + v]|^2 - \frac{\mu^2}{2} [\eta(x) + v]^2 - \frac{\lambda}{4} [\eta(x) + v]^4 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}(x) F^{\mu\nu}(x) = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{int}, \quad (1.42)$$

где

$$\mathcal{L}_0 = \frac{1}{2} [\partial_\mu \eta(x)]^2 - \frac{\mu^2}{2} \eta^2(x) - \frac{1}{4} [\partial_\mu A'_\nu - \partial_\nu A'_\mu]^2 + \frac{1}{2} (ev)^2 A'_\mu(x) A'^\mu(x),$$

$$\mathcal{L}_{int} = \frac{1}{2} e^2 A'_\mu(x) A'^\mu(x) \eta(x) [\eta(x) + 2v] - \lambda v^2 \eta^3(x) - \frac{\lambda}{4} \eta^4(x).$$

Итак, поле $\xi(x)$ исчезло из лагранжиана, т. е. кажущаяся дополнительная степень свободы, связанная с голдстоуновским бозоном в действительности оказалась фиктивной: она соответствует только свободе выполнять калибровочное преобразование. Лагранжиан описывает всего две взаимодействующие массивные частицы — векторный калибровочный бозон $A_\mu(x)$ с массой $M = ev$ и скалярную частицу $\eta(x)$ с массой $m = \sqrt{2}\mu$, которую называют хиггсовской. Безмассовое калибровочное поле стало массивным, поглотив несостоявшийся голдстоуновский бозон. Из безмассового векторного поля, имеющего два спинных состояния, и безмассового скалярного поля возникла массивная векторная частица с тремя проекциями спина, так что число степеней свободы сохранилось. Это явление в теории поля было открыто в 1964 г. и получило название механизма Хиггса.

1.4. Теория Глэшоу—Вайнберга—Салама

Симметрию $SU(2)_L \times U(1)_Y$ впервые предложил Глэшоу в 1961 г., и затем ее расширили, с тем чтобы включить массивные векторные бозоны (W и Z), Салам и Вайнберг (1967–1968). При построении теории электрослабых взаимодействий Глэшоу—Вайнберга—Салама (ГВС) можно выделить четыре основных этапа. Подчеркнем, что аналогичное разбиение имеет место для любого другого варианта электрослабой теории.

Во-первых, следует выбрать калибровочную группу G таким образом, чтобы она включала все необходимые векторные поля. Фундаментом теории ГВС является калибровочная симметрия $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ²⁾. Здесь $SU(2)_L$ представляет собой группу слабого изоспина, а $U(1)_Y$ — группу слабого гиперзаряда (термин «слабый» используется, чтобы подчеркнуть отличие от соответствующих характеристик сильного взаимодействия).

²⁾ Ранее для этой группы мы использовали обозначение $SU(2)_{EW} \times U(1)_{EW}$.

Таким образом, слабый изоспин S^W и слабый гиперзаряд Y^W (более точно, $Y^W/2$) являются генераторами калибровочных преобразований $SU(2)_L$ и $U(1)_Y$ соответственно. Слабый гиперзаряд Y^W приписывается каждому полю так, чтобы выполнялся аналог формулы Гелл-Манна и Нишиджимы

$$Q = S_3^W + \frac{Y^W}{2}. \quad (1.43)$$

Ненарушенная локальная $SU(2)_L \times U(1)_Y$ симметрия требует существования четырех безмассовых векторных бозонов. Три из них, W^1, W^2, W^3 , представляют калибровочные бозоны неабелевой группы $SU(2)_L$ и их взаимодействие характеризуется калибровочной константой g . B -бозон описывает калибровочное поле абелевой группы $U(1)_Y$ и его взаимодействие определяется калибровочной константой g' .

На втором этапе следует выбрать представление группы симметрии для частиц материи (лептонов и кварков). Поскольку теория призвана описывать слабые процессы, которые, как известно, не сохраняют четность, то теория с самого начала должна быть явно зеркально-несимметрична. Эта асимметрия реализуется следующим образом. Левосторонние компоненты фермионов

$$\psi_L(x) = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\psi(x)$$

образуют дублеты слабого изоспина относительно группы $SU(2)_L$ (L от английского left — левый):

$$\begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L^- \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_{\mu L} \\ \mu_L^- \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_{\tau L} \\ \tau_L^- \end{pmatrix}, \quad S^W = \frac{1}{2}, \quad Y^W = -1 \quad (1.44)$$

$$\begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c_L \\ s_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} t_L \\ b_L \end{pmatrix}, \quad S^W = \frac{1}{2}, \quad Y^W = \frac{1}{3}, \quad (1.45)$$

в то время как правосторонние компоненты

$$\psi_R(x) = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi(x)$$

(R от английского right — правый) всех фермионов, за исключением нейтрино, представляют собой синглеты слабого изоспина

$$\begin{aligned} e_R^-, \mu_R^-, \tau_R^-, \quad S^W = 0, \quad Y^W = -2, \\ u_R, c_R, t_R, \quad S^W = 0, \quad Y^W = \frac{4}{3}, \\ d_R, s_R, b_R, \quad S^W = 0, \quad Y^W = -\frac{2}{3}. \end{aligned} \quad (1.46)$$

Отсутствие нейтринных синглетов в ГВС теории, было связано с тем фактом, что к моменту создания этой теории нейтрино считалось безмассовой частицей.

При $SU(2)_L \times U(1)_Y$ глобальных преобразованиях закон трансформации левых и правых компонент поля $\psi(x)$ имеет вид

$$\begin{aligned}\psi'_L(x) &= \exp \left[i \left(\alpha \cdot S^W + \frac{\beta Y^W}{2} \right) \right] \psi_L(x), \\ \psi'_R(x) &= \exp \left[\frac{i\beta Y^W}{2} \right] \psi_R(x).\end{aligned}\quad (1.47)$$

Начнем наше рассмотрение с сектора лептонов. Лептонный сектор ГВС теории будет описываться лагранжианом

$$\mathcal{L}_l = i \sum_{l=e, \mu, \tau} [\bar{\psi}_{lL}(x) \gamma^\mu \partial_\mu \psi_{lL}(x) + \bar{\psi}_{lR}(x) \gamma^\mu \partial_\mu \psi_{lR}(x)]. \quad (1.48)$$

Прямое введение в лагранжиан (1.48) массовых членов

$$m_l [\bar{\psi}_{lL}(x) \psi_{lR}(x) + \bar{\psi}_{lR}(x) \psi_{lL}(x)]$$

нарушает калибровочную инвариантность. Это вынуждает нас применить механизм генерации массы за счет спонтанного нарушения симметрии не только для переносчиков слабого взаимодействия, но и для лептонов. С этой целью используется лагранжиан юкавского типа, описывающий взаимодействие лептонов с полями Хиггса

$$\mathcal{L}_Y = - \sum_{l=e, \mu, \tau} f_l [\bar{\psi}_{lL}(x) \psi_{lR}(x) \varphi(x) + \varphi^\dagger(x) \bar{\psi}_{lR}(x) \psi_{lL}(x)]. \quad (1.49)$$

Для того чтобы сделать нейтрино массивным, достаточно ввести в теорию нейтринные синглеты. Заметим, что, к сожалению, никакого теоретического принципа для выбора юкавских констант f_l нет и они остаются произвольными параметрами теории.

На третьем этапе необходимо локализовать используемую в теории калибровочную группу, т. е. выполнить замену

$$\alpha \rightarrow \alpha(x), \quad \beta \rightarrow \beta(x).$$

Это, как известно, требует перехода к ковариантным производным и введения лагранжиана свободных калибровочных бозонов. В случае $SU(2)_L \times U(1)_Y$ калибровочной группы ковариантные производные для входящих в лагранжиан полей имеют вид

$$D_\mu = \partial_\mu - ig S^W \cdot \mathbf{W}_\mu - ig' \frac{Y^W}{2} B_\mu. \quad (1.50)$$

Тогда, вспоминая что при $S^W = 1/2$ генераторами $SU(2)$ преобразований являются $\sigma_k/2$, мы для полей $\psi_L(x)$ и $\psi_R(x)$ получаем

$$D_\mu \psi_{lL}(x) = \left[\partial_\mu - \frac{ig}{2} \sigma \cdot \mathbf{W}_\mu(x) + \frac{ig'}{2} B_\mu(x) \right] \psi_{lL}(x), \quad (1.51)$$

$$D_\mu \psi_{lR}(x) = [\partial_\mu + ig' B_\mu(x)] \psi_{lR}(x). \quad (1.52)$$

Свободный лагранжиан калибровочных бозонов определяется выражением

$$\mathcal{L}_0 = -\frac{1}{4} W_{\mu\nu}^a(x) W^{a\mu\nu}(x) - \frac{1}{4} B_{\mu\nu}(x) B^{\mu\nu}(x),$$

где $W_{\mu\nu}^a(x)$ — тензор неабелева поля

$$W_{\mu\nu}^a(x) = \partial_\mu W_\nu^a(x) - \partial_\nu W_\mu^a(x) + g \varepsilon_{abc} W_\nu^b(x) W_\mu^c(x), \quad a, b, c = 1, 2, 3,$$

$B_{\mu\nu}(x)$ — тензор абелева поля

$$B_{\mu\nu}(x) = \partial_\mu B_\nu(x) - \partial_\nu B_\mu(x).$$

Переход к ковариантной производной приводит к появлению в полном лагранжиане двух основных взаимодействий: взаимодействия изотриплета слабых токов $\mathbf{J}^\mu(x)$ с тремя векторными бозонами $\mathbf{W}^\mu(x)$

$$g \mathbf{J}_l^\mu(x) \cdot \mathbf{W}_\mu(x) = g \bar{\psi}_{lL}(x) \gamma^\mu \mathbf{S}^W \cdot \mathbf{W}_\mu(x) \psi_{lL}(x), \quad (1.53)$$

и взаимодействия тока слабого гиперзаряда $j_l^{Y^\mu}(x)$ с четвертым векторным бозоном $B_\mu(x)$

$$\frac{g'}{2} j_l^{Y^\mu}(x) B_\mu(x) = g' \bar{\psi}_l(x) \gamma^\mu \frac{Y^W}{2} \psi_l(x) B_\mu(x), \quad (1.54)$$

где

$$\psi_l(x) = \psi_{lL}(x) + \psi_{lR}(x).$$

На четвертом этапе мы должны придать массу как переносчикам слабого взаимодействия, так и лептонам. Для этой цели используется механизм спонтанного нарушения симметрии по цепочке

$$SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{em}.$$

Вводится вспомогательное двухкомпонентное комплексное (четыре степени свободы) скалярное поле Хиггса $\varphi(x)$

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} i\Phi_1(x) + \Phi_2(x) \\ H(x) - i\Phi_3(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi^+(x) \\ \varphi^0(x) \end{pmatrix}, \quad S^W = 1/2, \quad Y^W = 1, \quad (1.55)$$

где $\text{Im } \Phi_i(x) = 0$ и $\text{Im } H(x) = 0$. Лагранжиан, описывающий дублет полей Хиггса помимо кинетической энергии, содержит также и потенциальную энергию самодействия

$$\mathcal{L}_H = |D_\mu \varphi(x)|^2 - V(\varphi), \quad (1.56)$$

где

$$V(\varphi) = -\mu^2 \varphi^\dagger(x) \varphi(x) - \lambda [\varphi^\dagger(x) \varphi(x)]^2 \quad (1.57)$$

с $\lambda > 0$ и $\mu^2 < 0$. Спонтанное нарушение симметрии реализуется сдвигом на действительную константу $v = \sqrt{-\mu^2/\lambda}$ нейтральной компоненты поля Хиггса

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} i\Phi_1(x) + \Phi_2(x) \\ H(x) - i\Phi_3(x) + v \end{pmatrix} = \varphi'(x) + \xi_0, \quad (1.58)$$

где

$$\xi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$$

и $\langle 0|\varphi'(x)|0\rangle = 0$. Тогда параметризация флуктуаций вблизи ξ_0 в низшем порядке по Φ примет вид

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp \left[\frac{i\sigma \cdot \Phi(x)}{v} \right] \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix}. \quad (1.59)$$

Заметим, что при любом выборе $\varphi(x)$ нарушение симметрии неизбежно приведет к появлению масс соответствующих калибровочных бозонов. Но если при этом сохраняется инвариантность вакуума и инвариантность лагранжиана, относительно некоторой подгруппы калибровочных преобразований, то калибровочные бозоны, связанные с этими подгруппами, останутся безмассовыми. При выборе

$$\langle 0|\varphi(x)|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$$

с $S^W = 1/2$, $S_3^W = -1/2$ и $Y^W = 1$ нарушаются как $SU(2)_L$, так и $U(1)_Y$ калибровочная симметрия. Поскольку генераторы групп $U(1)_{em}$, $SU(2)_L$ и $U(1)_Y$ удовлетворяют соотношению (6.43), то

$$Q\xi_0 = 0, \quad (1.60)$$

или

$$\xi'_0 = \exp[i\alpha(x)Q]\xi_0 = \xi_0. \quad (1.61)$$

Таким образом, не только конечный лагранжиан теории, но и вакуум инвариантны относительно преобразований группы $U(1)_{em}$, что и обеспечивает безмассовость фотона.

В результате сдвига в $|D_\mu \varphi(x)|^2$ возникают члены билинейные по компонентам W_μ^a и B_μ , которые дают вклад в массовую матрицу калибровочных бозонов

$$\begin{aligned} & \left| \left[-\frac{ig}{2} \sigma \cdot W_\mu(x) - \frac{ig'}{2} B_\mu(x) \right] \varphi(x) \right|^2 = \\ &= \frac{1}{8} \left| \begin{pmatrix} gW_\mu^3(x) + g'B_\mu(x) & g[W_\mu^1(x) - iW_\mu^2(x)] \\ g[W_\mu^1(x) + iW_\mu^2(x)] & -gW_\mu^3(x) + g'B_\mu(x) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \right|^2 = \\ &= \frac{g^2 v^2}{8} [(W_\mu^1(x))^2 + (W_\mu^2(x))^2] + \frac{v^2}{8} [gW_\mu^3(x) - g'B_\mu(x)]^2. \end{aligned} \quad (1.62)$$

Как следует из (1.62), поля $W_\mu^3(x)$ и $B_\mu(x)$ оказались смешанными. Это не вызывает удивления, поскольку они имеют одинаковые квантовые числа. Для диагонализации последнего слагаемого в (1.62) перейдем к новому базису

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \begin{pmatrix} g & -g' \\ g' & g \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & -\sin \theta_W \\ \sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix}, \quad (1.63)$$

где $\text{tg } \theta_W = g'/g$. В новом базисе слагаемое $v^2[gW_\mu^3(x) - g'B_\mu(x)]^2/8$ принимает вид

$$\frac{1}{2} m_Z^2 Z_\mu(x) Z^\mu(x),$$

где

$$m_Z = \frac{v \sqrt{g^2 + g'^2}}{2}. \quad (1.64)$$

Далее переходя к взаимно комплексно-сопряженным полям

$$W_\mu^\pm = \frac{W_\mu^1 \mp iW_\mu^2}{\sqrt{2}}, \quad W_\mu \equiv W_\mu^-, \quad W_\mu^* \equiv W_\mu^+ \quad (1.65)$$

и учитывая (1.64), перепишем форму (1.62) в виде

$$m_W^2 W_\mu^*(x) W^\mu(x) + \frac{1}{2} m_Z^2 Z_\mu(x) Z^\mu(x), \quad (1.66)$$

где

$$m_W = \frac{gv}{2}. \quad (1.67)$$

Итак, переносчики слабого взаимодействия приобрели массу, а фотон нет. Безмассовые калибровочные бозоны имели по два поляризационных состояния. После приобретения массы, число поляризационных состояний каждого из W^+ , W^- , Z бозонов увеличилось на единицу. Эти три дополнительные степени свободы они позаимствовали от бозонов Хиггса. Однако поле хиггсовских частиц имело четыре степени свободы. Какова судьба последней хиггсовской компоненты? Оказывается, что оставшийся бозон Хиггса становится массивным и переходит в сектор физических частиц (физический бозон Хиггса).

В результате подстановки (1.58) в (1.57) нетрудно убедиться, что поле $H(x)$ приобрело массу $m_H^2 = 2\lambda v^2$, в то время как поля $\Phi_i(x)$ остались безмассовыми, т.е. представляют собой голдстоуновские поля. Для исключения последних, воспользуемся параметризацией поля $\varphi(x)$ в виде (1.59). В полном лагранжиане теории, записанном в терминах $\varphi(x)$, выполним $SU(2)_L$ калибровочное преобразование

$$\begin{aligned}\varphi'(x) &= \mathcal{U}(x)\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix}, \\ \frac{\sigma_k}{2} W'_{k\mu}(x) &= \mathcal{U}(x) \left(\frac{i}{g} \partial_\mu + \frac{\sigma_k}{2} W_{k\mu}(x) \right) \mathcal{U}^{-1}(x), \\ \psi'_L(x) &= \mathcal{U}(x)\psi_L(x), \quad B'_\mu(x) = B_\mu(x), \quad \psi'_R(x) = \psi_R(x),\end{aligned}$$

где

$$\mathcal{U}(x) = \exp[-i\sigma \cdot \Phi(x)/v].$$

Закон преобразования для $W'_k(x)$ следует из инвариантности лагранжиана относительно $\mathcal{U}(x)$, что обеспечивается условием

$$\mathcal{U}^{-1}(x) D'_\mu(x) \mathcal{U}(x) \psi_L(x) = D_\mu(x) \psi_L(x).$$

Нетрудно показать, что поля $\Phi_1(x)$, $\Phi_2(x)$ и $\Phi_3(x)$ уже не будут содержаться в результирующем лагранжиане. Итак, посредством калибровочного преобразования три голдстоуновских бозона исключаются из теории (откалибровываются), а высвободившиеся три степени свободы переходят в продольные компоненты ставших массивными W^\pm - и Z -бозонов.

Физический бозон Хиггса не является изолированным от остальной части модели. Он взаимодействует как с лептонами, так и с калибровочными бозонами. Соответствующий лагранжиан дается выражением

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_H &= - \sum_l f_l \bar{l}(x) l(x) H(x) + \\ &+ \frac{g^2}{4} \left[W_\mu^*(x) W^\mu(x) + \frac{1}{2 \cos^2 \theta_W} Z_\mu(x) Z^\mu(x) \right] [H^2(x) + 2vH(x)].\end{aligned}\quad (1.68)$$

Для массивных нейтрино, как мы уже говорили, в теорию следует ввести нейтринные синглеты, что приведет к появлению в \mathcal{L}_H следующего слагаемого:

$$- \sum_l f_{\nu_l} \bar{\nu}_l(x) \nu_l(x) H(x).$$

В результате сдвига поля φ на константу (1.58) лептоны также приобретают массы

$$m_l = \frac{f_l v}{\sqrt{2}}, \quad m_{\nu_l} = \frac{f_{\nu_l} v}{\sqrt{2}}. \quad (1.69)$$

Как следует из (1.68) и (1.69) константы взаимодействия Хиггса с W и Z калибровочными бозонами пропорциональны gm_W и gm_Z соответственно, т.е. они намного больше констант взаимодействия Хиггса с фермионами.

Рассмотрим сумму слагаемых (1.53) и (1.54), которые описывают взаимодействия лептонов с калибровочными бозонами $SU(2)_L \times U(1)_Y$ -группы. С учетом явного вида матриц Паули, взаимодействие изотриплета слабых токов $\mathbf{J}_\mu(x)$ с тремя $\mathbf{W}^\mu(x)$ -бозонами представляется в форме

$$\begin{aligned}g \mathbf{J}_l^\mu(x) \cdot \mathbf{W}_\mu(x) &= \\ &= \frac{g}{2} (\bar{\nu}_{lL}(x), \bar{l}_L(x)) \gamma^\mu \begin{pmatrix} 0 & W_\mu^1(x) - iW_\mu^2(x) \\ W_\mu^1(x) + iW_\mu^2(x) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{lL}(x) \\ l(x) \end{pmatrix} + \\ &+ \frac{g}{2} (\bar{\nu}_{lL}(x), \bar{l}_L(x)) \gamma^\mu \begin{pmatrix} W_\mu^3(x) & 0 \\ 0 & -W_\mu^3(x) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{lL}(x) \\ l(x) \end{pmatrix} = \\ &= \frac{g}{\sqrt{2}} [\bar{\nu}_{lL}(x) \gamma^\mu l_L(x) W_\mu^*(x) + \bar{l}_L(x) \gamma^\mu \nu_{lL}(x) W_\mu(x)] + g J_l^{3\mu}(x) W_\mu^3(x),\end{aligned}\quad (1.70)$$

где

$$g J_l^{3\mu}(x) W_\mu^3(x) = \frac{g}{2} [\bar{\nu}_{lL}(x) \gamma^\mu \nu_{lL}(x) W_\mu^3(x) - \bar{l}_L(x) \gamma^\mu l_L(x) W_\mu^3(x)]. \quad (1.71)$$

В свою очередь, взаимодействие тока слабого гиперзаряда $j_l^{Y\mu}(x)$ с четвертым векторным бозоном $B_\mu(x)$ можно записать в виде

$$\begin{aligned}\frac{g'}{2} j_l^{Y\mu}(x) B_\mu(x) &= -\frac{g'}{2} \bar{\psi}_{lL}(x) \gamma^\mu \psi_{lL}(x) B_\mu(x) - g' \bar{\psi}_{lR}(x) \gamma^\mu \psi_{lR}(x) B_\mu(x) = \\ &= -\frac{g'}{2} [\bar{\nu}_L(x) \gamma^\mu \nu_{lL}(x) + \bar{l}_L(x) \gamma^\mu l_L(x) + 2\bar{l}_R(x) \gamma^\mu l_R(x)] B_\mu(x).\end{aligned}\quad (1.72)$$

Теперь нам следует объединить последнее слагаемое в (1.70) с (1.72). С первого взгляда становится очевидным, что выбор базиса в виде (1.63)

обеспечивает отсутствие электромагнитного взаимодействия нейтрино. Учитывая (1.63) без труда получаем

$$gJ_l^{3\mu}(x)W_\mu^3(x) + \frac{g'}{2}J_l^{Y\mu}(x)B_\mu(x) = -\frac{g'g}{\sqrt{g^2 + g'^2}} [\bar{l}_L(x)\gamma^\mu l_L(x) + \bar{l}_R(x)\gamma^\mu l_R(x)] A_\mu(x) + \left[\frac{g^2 + g'^2}{2\sqrt{g^2 + g'^2}} \bar{\nu}_{lL}(x)\gamma^\mu \nu_{lL}(x) - \frac{g^2 - g'^2}{2\sqrt{g^2 + g'^2}} \bar{l}_L(x)\gamma^\mu l_L(x) + \frac{g'^2}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \bar{l}_R(x)\gamma^\mu l_R(x) \right] Z_\mu(x). \quad (1.73)$$

Поскольку имеет место соотношение (1.43), то должно выполняться

$$(j_\mu)_{em} = J_\mu^3 + \frac{1}{2}J_\mu^Y,$$

т.е. электромагнитное взаимодействие $-j_{em}^\mu(x)A_\mu(x)$ должно быть включенным во взаимодействия (1.53) и (1.54). Тогда становится очевидным, что первое слагаемое в (1.73) описывает электромагнитное взаимодействие заряженных лептонов, а множитель $gg'/\sqrt{g^2 + g'^2}$ есть не что иное как электрический заряд

$$|e| = \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}. \quad (1.74)$$

Учитывая это обстоятельство и принимая во внимание формулы (1.70) и (1.73), получаем окончательное выражение для лагранжиана взаимодействия калибровочных бозонов с лептонами

$$\mathcal{L}_G = \frac{g}{2\sqrt{2}} [\bar{\nu}_l(x)\gamma^\mu(1 + \gamma_5)l(x)W_\mu^+(x) + \bar{l}(x)\gamma^\mu(1 + \gamma_5)\nu_l(x)W_\mu^-(x)] - e\bar{l}(x)\gamma^\mu l(x)A_\mu(x) + \frac{g}{4\cos\theta_W} \{ \bar{\nu}_l(x)\gamma^\mu[1 + \gamma_5]\nu_l(x) + \bar{l}(x)\gamma^\mu[4\sin^2\theta_W - 1 - \gamma_5]l(x) \} Z_\mu(x). \quad (1.75)$$

Поскольку все слагаемые в лагранжиане (1.75) представляют величины типа *ток × потенциал*, то слабые взаимодействия, обусловленные обменами W - и Z -бозонами, принято называть взаимодействием заряженных и нейтральных токов соответственно.

Построение теории электрослабых взаимодействий для кварков осуществляется в полной аналогии с приведенной выше схемой для лептонов. Между кварками и лептонами имеет место следующее соответствие

$$\begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L^- \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} u_L^\alpha \\ d_L^\alpha \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \nu_{\mu L} \\ \mu_L^- \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} c_L^\alpha \\ s_L^\alpha \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \nu_{\tau L} \\ \tau_L^- \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} t_L^\alpha \\ b_L^\alpha \end{pmatrix}, \quad (1.76)$$

$$\left. \begin{aligned} \nu_{eR} &\leftrightarrow u_R^\alpha, & e_R^- &\leftrightarrow d_R^\alpha, & \nu_{\mu R} &\leftrightarrow c_R^\alpha, \\ \mu_R^- &\leftrightarrow s_R^\alpha, & \nu_{\tau R} &\leftrightarrow t_R^\alpha, & \tau_R^- &\leftrightarrow b_R^\alpha, \end{aligned} \right\} \quad (1.77)$$

где α — цветовой индекс кварков³⁾. Однако, на самом деле, в дублеты и синглеты слабого изоспина входят не сами d , s и b -кварки, а их линейные комбинации d' , s' , b' , которые связаны с исходными кварками соотношением

$$q'^d = \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \mathcal{M}^{CKM} q^d = \mathcal{M}^{CKM} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{13}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}, \quad (1.78)$$

где \mathcal{M}^{CKM} — матрица Кабиббо–Кобаяши–Маскавы (СКМ), $c_{ij} = \cos\theta_{ij}^{CKM}$, $s_{ij} = \sin\theta_{ij}^{CKM}$, i, j — индексы поколений равные 1, 2 и 3, θ_{ij}^{CKM} — углы смешивания и фазовый множитель $e^{\pm i\delta_{13}}$ ответствен за нарушение CP -четности. Итак, в формулах (1.76) и (1.77) следует выполнить замену

$$q_i^d \rightarrow q_i'^d = \mathcal{M}_{ij}^{CKM} q_j^d.$$

Матрица СКМ является унитарной. Ее элементы могут быть определены из слабых распадов адронов и экспериментов по глубоко неупругому рассеянию нейтрино на адронах. Поскольку матрица \mathcal{M}^{CKM} есть произведение трех некоммутирующих матриц поворота в трех плоскостях [12], [13] и [23] абстрактного пространства, то параметризация (1.78) не является единственной⁴⁾.

Для кварков вместо (1.53) и (1.54) имеем

$$gJ_q^\mu(x) \cdot W_\mu(x) + \frac{g'}{2}j_q^{Y\mu}(x)B_\mu(x) = g\bar{\psi}_{qL}(x)\gamma^\mu \mathbf{S}^W \cdot W_\mu(x)\psi_{qL}(x) + g'\bar{\psi}_q(x)\gamma^\mu \frac{Y^W}{2}\psi_q(x)B_\mu(x). \quad (1.79)$$

Переходя в (1.79) с помощью формул (1.63), (1.65) от калибровочного базиса (W^1, W^2, W^3, B) к базису собственных массовых состояний

³⁾ Поскольку электрослабые взаимодействия не меняют цвет кварков, то далее цветовой индекс будет опускаться.

⁴⁾ Мы использовали параметризацию принятую в Review of Particle Physics.

(W, W^*, Z, γ) , получаем для лагранжиана, описывающего взаимодействие кварков с калибровочными бозонами следующее выражение

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_q = & \frac{g}{\sqrt{2}} [\bar{q}_{iL}^u(x) \gamma^\mu \mathcal{M}_{ik}^{CKM} q_{kL}^d W_\mu(x) + \bar{q}_{iL}^d(x) \gamma^\mu \mathcal{M}_{ki}^{CKM*} q_{iL}^u W_\mu^*(x)] + \\ & + \frac{g}{4 \cos \theta_W} \left[\bar{q}_i^u(x) \gamma^\mu \left(1 - \frac{8}{3} \sin^2 \theta_W - \gamma_5 \right) q_i^u(x) - \right. \\ & - \bar{q}_i^d(x) \gamma^\mu \left(1 - \frac{4}{3} \sin^2 \theta_W - \gamma_5 \right) q_i^d(x) \Big] Z_\mu(x) + \\ & + \frac{e}{3} \left[2 \bar{q}_i^u(x) \gamma^\mu q_i^u(x) - \bar{q}_i^d(x) \gamma^\mu q_i^d(x) \right] A_\mu(x). \end{aligned} \quad (1.80)$$

Определяя лагранжиан Юкавы для кварков аналогично лептонному случаю, мы после спонтанного нарушения симметрии получаем лагранжиан взаимодействия кварков с физическим бозоном Хиггса

$$\mathcal{L} = - \sum_i f_{q_i} \bar{q}_i(x) q_i(x) H(x),$$

где юкавская константа f_{q_i} определяет массу q_i -кварка

$$m_{q_i} = \frac{f_{q_i} v}{\sqrt{2}}.$$

Предшественницей теории ГВС была теория Ферми. Эта теория весьма успешно справлялась с описанием слабого взаимодействия при низких энергиях. Тогда, согласно принципу соответствия в области низких энергий, теория ГВС должна воспроизводить результаты прежней теории слабых взаимодействий. Исходя из этого определим связь между параметрами старой и новой теорий. Однако сначала напомним некоторые существенные моменты теории Ферми.

К началу 30 гг. XX в. было установлено, что бета-радиоактивность всех ядер обусловлена парой фундаментальных реакций, в которых происходят взаимные превращения протона и нейтрона:

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e, \quad (1.81)$$

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu_e. \quad (1.82)$$

Электрон и антинейтрино или позитрон и нейтрино, появляющиеся в результате бета-распада, рождаются, поскольку они не существуют в радиоактивном ядре. Это явление аналогично процессу испускания фотона электроном в атоме при переходе его с одной орбиты на другую, расположенную ближе к ядру. Э. Ферми в своей теории слабого взаимодействия,

предложенной в 1934 г., использовал эту аналогию и уже известный аппарат квантовой теории электромагнитных взаимодействий. Лагранжиан взаимодействия Ферми имел вид произведения *ток × ток*

$$\mathcal{L}_F = \frac{G_F}{\sqrt{2}} j_\mu^\dagger(x) j^\mu(x). \quad (1.83)$$

Входящий в (1.83) слабый ток $j_\mu(x)$ строится из волновых функций частиц, объединенных попарно: нейтрон—протон, электрон—антинейтрино. Так, для процесса (1.81) один ток — нуклонный и он переводит нейтрон в протон. Другой ток, лептонный, рождает пару: электрон и электронное антинейтрино. Эти токи принадлежат к классу заряженных токов так как они меняют электрический заряд участвующих в них частиц. В обоих токах заряд увеличивается на $|e|$: из нейтрального нейтрона появляется положительно заряженный протон, из электрона — антинейтрино. Взаимодействие (1.83) получило название четырехфермионного контактного взаимодействия⁵⁾. Окончательно структура заряженных слабых токов была установлена в середине 50-х гг. XX в. Анализ, проведенных к тому времени экспериментов привел к выводу, что слабый ток представляет собой сумму вектора V и аксиального вектора A ($V + A$ структура). Таким образом лептонная часть тока определялась выражением

$$j_l^\sigma(x) = \bar{e}(x) \gamma^\sigma (1 + \gamma_5) \nu_e(x) + \bar{\mu}(x) \gamma^\sigma (1 + \gamma_5) \nu_\mu(x) + \bar{\tau}(x) \gamma^\sigma (1 + \gamma_5) \nu_\tau(x). \quad (1.84)$$

После установления сложной структуры нуклонов место нуклонов в нуклонной части заряженного слабого тока заняли кварки

$$j_q^\sigma(x) = \bar{d}'(x) \gamma^\sigma (1 + \gamma_5) u(x) + \bar{s}'(x) \gamma^\sigma (1 + \gamma_5) c(x) + \bar{b}'(x) \gamma^\sigma (1 + \gamma_5) t(x). \quad (1.85)$$

Теория Ферми давала прекрасное согласие с экспериментом при вычислениях первого порядка теории возмущений по константе G_F слабого взаимодействия. Однако поправки высших приближений по G_F представляют собой интегралы, которые при больших энергиях становятся бесконечными, т. е. физически бессмысленными. Следовательно, теория Ферми должна быть соответствующим образом реконструирована. Наиболее очевидный путь — это отказ от локальности взаимодействия. Другими словами, аналогия между квантовой электродинамикой и теорией слабого взаимодействия должна быть глубже, а именно, слабое взаимодействие также переносится калибровочными бозонами.

⁵⁾ Четырехфермионного, поскольку в нем участвуют 4 фермиона; контактного, поскольку взаимодействие происходит в одной и той же точке 4-пространства.

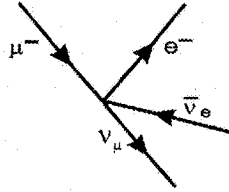


Рис. 1.3

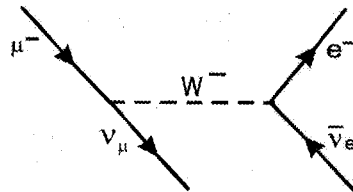


Рис. 1.4

Для того чтобы связать параметры теории ГВС с константой Ферми, рассмотрим распад мюона по каналу

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu. \quad (1.86)$$

Соответствующие диаграммы в импульсном представлении для теории Ферми и теории ГВС изображены на рис. 1.3 и рис. 1.4.

Амплитуда распада (1.86) в теории ГВС дается выражением

$$A_{GWS} = \frac{g^2}{8} \sqrt{\frac{m_\mu m_{\nu_\mu} m_e m_{\nu_e}}{E_\mu E_e E_{\nu_e} E_{\nu_\mu}}} \bar{\nu}_\mu(p_{\nu_\mu}) \gamma^\sigma (1 + \gamma_5) \mu(p_\mu) \times \\ \times \left(\frac{g_{\sigma\beta} - q_\sigma q_\beta / m_W^2}{m_W^2 - q^2} \right) \bar{e}(p_e) \gamma^\beta (1 + \gamma_5) \nu_e(p_{\nu_e}), \quad (1.87)$$

где $q = p_\mu - p_{\nu_\mu}$ и выражение, стоящее в круглых скобках, описывает распространение виртуального W^- -бозона, т. е. представляет собой пропагатор этой частицы. В теории Ферми амплитуда распада (1.86) имеет вид

$$A_F = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{m_\mu m_{\nu_\mu} m_e m_{\nu_e}}{E_\mu E_e E_{\nu_e} E_{\nu_\mu}}} \bar{\nu}_\mu(p_{\nu_\mu}) \gamma^\sigma (1 + \gamma_5) \mu(p_\mu) \bar{e}(p_e) \gamma_\sigma (1 + \gamma_5) \nu_e(p_{\nu_e}). \quad (1.88)$$

При малых q выражения (1.87) и (1.88) должны совпадать. Поскольку в этом случае пропагатор W -бозона сводится к $g_{\sigma\beta}/m_W^2$, то искомая связь имеет вид

$$\frac{g^2}{8m_W^2} = \frac{G_F}{\sqrt{2}}. \quad (1.89)$$

Константа g характеризует испускание и поглощение W^\pm бозонов, аналогично тому, как e описывает испускание и поглощение фотонов. Из (1.74) следует, что $e < g$, и, следовательно, слабое взаимодействие, по существу, сильнее электромагнитного. Однако, как было показано, амплитуды слабых процессов при низких энергиях⁶⁾ пропорциональны

⁶⁾ Напомним, что разделение на электромагнитные и слабые взаимодействия имеет смысл только при энергиях < 100 ГэВ

g^2/m_W^2 . Т. е. процессы слабого взаимодействия оказываются на много порядков слабее электромагнитных процессов в силу того, что W^\pm -бозоны очень тяжелые.

Теория ГВС не только объединяет электромагнитное и слабое взаимодействие, она также предсказывает существование в физике слабых взаимодействий новых явлений — нейтральных токов. В 1973 г. были обнаружены первые реакции, обусловленные нейтральными токами

$$\nu_\mu + p \rightarrow \nu_\mu + p + \pi^+ + \pi^-. \quad (1.90)$$

Информация о существовании нейтральных токов также следовала из опытов по наблюдению нарушения четности в атомной физике. Константа взаимодействия нейтральных токов оказалась примерно такой же, как и у заряженных токов.

ГВС теория также предсказывает связь между массами W - и Z -бозонов. Из соотношений (1.64) и (1.67) следует

$$m_Z = \frac{m_W \sqrt{g^2 + g'^2}}{g} = \frac{m_W}{\cos \theta_W}. \quad (1.91)$$

Используя формулы (1.74) и (1.89), получаем

$$m_W = \sqrt{\frac{\pi \alpha_{em}}{G_F \sqrt{2}}} \sin^{-1} \theta_W. \quad (1.92)$$

Проведя три независимых эксперимента, можно определить константы G_F , $\sin \theta_W$, α_{em} , знание которых позволит определить не только массы W - и Z -бозонов, но и вакуумное среднее v хиггсовского поля

$$v = \frac{m_W \sin \theta_W}{\sqrt{\pi \alpha_{em}}}.$$

Величина угла Вайнберга может быть найдена из разных экспериментов, относящихся к атомной физике, физике слабых взаимодействий при низких энергиях и физике высоких энергий. К 1983 г. результаты определения $\sin^2 \theta_W$ стали согласованными и давали значение

$$\sin^2 \theta_W \approx 0,23. \quad (1.93)$$

Тогда, подстановка в (1.91) и (1.92) значений

$$\alpha_{em} \approx \frac{1}{137}, \quad G_F = 1,17 \times 10^{-5} \text{ ГэВ},$$

а также (1.93) дает

$$m_W \approx 80 \text{ ГэВ}, \quad m_Z \approx 91 \text{ ГэВ}. \quad (1.94)$$

Очевидно, что решающим шагом на пути проверки теории ГВС явилось бы открытие W -, Z -бозонов. Для этих целей в CERN был построен протон-антипротонный коллайдер, который вступил в строй летом 1981 г.

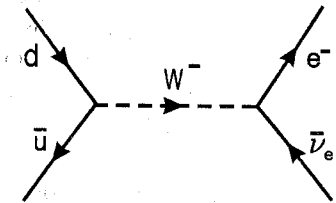


Рис. 1.5. Диаграмма Фейнмана для процесса

$$u + \bar{d} \rightarrow W^+ \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e$$

Прямое рождение W^+ -бозона с последующим распадом на электрон и нейтрино

$$u + \bar{d} \rightarrow W^+ \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e. \quad (1.95)$$

показано на рис. 1.5.

Сечение реакции (1.95) является функцией от энергии сталкивающихся кварков и как только энергия в системе центра масс приближается к m_W , W -бозон проявляется в виде резонанса.

Поперечное сечение в районе резонанса имеет резкий максимум высота и ширина которого предсказываются теорией ГВС. Величина сечения на резонансе может быть вычислена с помощью формулы Брейта—Вигнера

$$\sigma(E) = \sigma_0 \frac{(\Gamma/2)^2}{(E - E_0)^2 + \Gamma^2/4},$$

где Γ — ширина распада W -бозона. Конечно, непосредственно наблюдать столкновения кварков с антикварками не удастся, так как кварки в свободном состоянии нам недоступны. Наилучшей заменой как раз и служат соударения протонов с антипротонами. Монохроматический пучок протонов можно рассматривать как пучок кварков с широким распределением по импульсам, т. е. если P — импульс протона, то $x_i P$ — импульс i -го кварка ($0 \leq x_i \leq 1$). Аналогично выглядит и антипротон. В процессе рождения W -бозона кварк выбирает себе антикварк с подходящим импульсом. Энергия соударения кварка с антикварком в системе центра масс $s_{q\bar{q}}$ связана с $s_{p\bar{p}}$ формулой:

$$s_{q\bar{q}} = s_{p\bar{p}} x_q x_{\bar{q}}.$$

Функции распределения кварков в протоне и антипротоне таковы, что для обеспечения правильной корреляции между кварком протона и антикварком антипротона необходимо выполнение условия

$$x_q \approx x_{\bar{q}} \geq 0,25. \quad (1.96)$$

Поэтому имеется одна широкая область оптимальных энергий для $p\bar{p}$ соударений при заданной массе W -бозона. Для $m_W = 80$ ГэВ

$$400 \leq \sqrt{s_{p\bar{p}}} \leq 600 \text{ ГэВ}.$$

В действительности на CERN $p\bar{p}$ -коллайдере изучались процессы

$$p + \bar{p} \rightarrow W^\pm + X, \quad (1.97)$$

где X — произвольная совокупность адронов. Регистрация W^\pm -бозонов проводилась по лептонным распадам:

$$W^+ \rightarrow e^+ + \nu_e, \quad W^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e. \quad (1.98)$$

Подобные процессы представляются диаграммами, включающими как элементы кварковых, так и фейнмановских диаграмм. Так, процессу

$$p + \bar{p} \rightarrow W^- + X \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + X \quad (1.99)$$

соответствует диаграмма, изображенная на рис. 1.6.

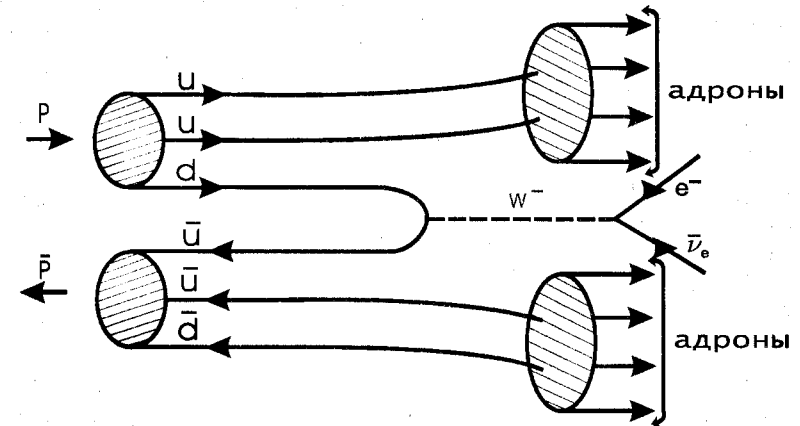


Рис. 1.6. Диаграмма Фейнмана для процесса

$$p + \bar{p} \rightarrow W^- + X \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + X$$

Для получения сечения реакции (1.99) следует проинтегрировать резонансные выражения сечений (1.95) по распределениям кварков в протоне и антипротоне.

Поскольку масса W -бозона велика, то характерной особенностью заряженных лептонов l^\pm , которые возникают при распаде W -бозона, является наличие у них большого поперечного импульса. Таким образом, регистрация l^\pm не вызывает никаких затруднений. Регистрация нейтрино основывалась на чисто кинематических соображениях. Для этой цели использовался специальный детектор, чувствительность которого по отношению ко всем заряженным или нейтральным взаимодействующим частицам, рожденным в процессе соударения, равномерна во всем объеме по полному телесному углу. Так как взаимодействия наблюдаются

в системе центра масс, любой заметный дисбаланс импульса сигнализирует о наличии одной или большего числа невзаимодействующих частиц, предположительно нейтрино. На роль таких детекторов идеально подходят калориметры, так как их эффективность регистрации энергии можно сделать достаточно однородной для различных попадающих в них частиц. Заметим, что в системе покоя W -бозона импульс, уносимый нейтрино $p_\nu = m_W/2$, т. е. чрезвычайно велик.

В январе 1983 г. две независимые коллаборации UA1 и UA2, работающие на CERN $p\bar{p}$ -коллайдере представили первые результаты по регистрации W -бозонов в реакциях (1.97), (1.98).

В июне 1983 г. группа UA1 сообщила о наблюдении первых пяти случаев рождения и распада Z -бозонов. В августе того же года группа UA2 зарегистрировала восемь аналогичных событий. Z -бозоны рождались в реакции

$$p + \bar{p} \rightarrow Z + X \quad (1.100)$$

и регистрировались по распадам

$$Z \rightarrow e^- + e^+, \quad Z \rightarrow e^- + e^+ + \gamma, \quad Z \rightarrow \mu^- + \mu^+. \quad (1.101)$$

Эти эксперименты не только привели к открытию W - и Z -бозонов, они также показали, что характеристики W - и Z -бозонов в точности описываются теорией ГВС. Следует отметить, что значения масс (1.94) являются не точными, а приближенными. Для получения точных значений величин, которые определяют массы калибровочных бозонов, мы должны принимать во внимание взаимодействия частиц с вакуумом, или, что одно и то же, при расчете сечений учитывать высшие порядки теории возмущений (радиационные поправки). Особенно значительно влияние радиационных поправок (РП) на значения α_{em} и $\sin^2 \theta_W$. Расчеты показывают, что учет РП изменяет значения масс калибровочных бозонов в формулах (1.94) примерно на 5%.

Глава 2

Квантовая теория нейтринного поля

*Смело верь тому, что вечно,
Безначально, бесконечно,
Что прошло и что настанет,
Обмануло или обманет.*

М. Ю. Лермонтов

2.1. Уравнение Майораны

Заряженные лептоны и кварки описываются уравнением Дирака. Этим же уравнением будут описываться электрически нейтральные частицы со спином 1/2, при условии нетождественности частиц и античастиц. В случае же истинно нейтральных частиц со спином 1/2 уравнение Дирака должно быть модифицировано. Необходимость этого уже очевидна из того факта, что величина $i\gamma^\mu \partial_\mu$ в представлении Дирака—Паули

$$\gamma^k = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^k \\ -\sigma^k & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

и в представлении Вейля (киральное представление)

$$\gamma^k = \begin{pmatrix} 0 & -\sigma^k \\ \sigma^k & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.2)$$

не является действительной. Следовательно, для описания истинно нейтральной частицы нам следует выбрать представление в котором

$$\text{Re}(\gamma_\mu) = 0.$$

Таким требованиям удовлетворяет представление Майораны

$$\left. \begin{aligned} \gamma^0 &= \begin{pmatrix} 0 & \sigma_2 \\ \sigma_2 & 0 \end{pmatrix}, & \gamma^1 &= -i \begin{pmatrix} \sigma_3 & 0 \\ 0 & \sigma_3 \end{pmatrix}, \\ \gamma^2 &= \begin{pmatrix} 0 & \sigma_2 \\ -\sigma_2 & 0 \end{pmatrix}, & \gamma^3 &= i \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_1 \end{pmatrix}, \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

которое связано с представлением Дирака—Паули унитарным преобразованием

$$\gamma_\mu(\text{Майорана}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 - \gamma_2)\gamma_\mu \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + \gamma_2), \quad (2.4)$$

где γ -матрицы в правой стороне (2.4) заданы в представлении Дирака—Паули.

Истинно нейтральную частицу произвольного спина принято называть майорановской частицей. Известные к настоящему времени частицы этого класса имеют целый спин. Не исключено также, что в природе существуют истинно нейтральные фермионы. Теория истинно нейтральных частиц со спином $1/2$ была впервые предложена Э. Майораной [1]. На роль таких частиц претендуют прежде всего нейтрино. Эксперименты на Super-Kamiokande [2] и Sudbury [3] показали, что нейтрино не является безмассовой частицей как предполагалось ранее в стандартной модели электрослабых взаимодействий. Есть веские основания считать, что масса нейтрино находится в области значений десятых долей электронвольта. Естественно, что в типичных коллайдерных экспериментах при столь малой массе оно ведет себя практически как безмассовая частица. Позже мы покажем, что при $m_\nu = 0$ поведение майорановских и дираковских нейтрино тождественно. Отличие между обоими сортами нейтрино проявляется только в тех процессах, где роль массы оказывается значительной. Одним из экспериментов, подтверждающих майорановскую природу нейтрино, была бы регистрация двойного безнейтринного бета распада ($0\nu 2\beta$)

$$(N, Z) \rightarrow (N - 2, Z + 2) + e^- + e^-. \quad (2.5)$$

В начале 2002 г. появились сообщения Heidelberg-Moscow (НМ) коллаборации о регистрации $0\nu 2\beta$ -процесса [4]. Однако зачислять эти результаты в разряд достоверных еще рано, так как высказываются серьезные сомнения со стороны некоторых других коллабораций (см., например [5]). $0\nu 2\beta$ -распад изучался также в IGEX-эксперименте, который также как и НМ-эксперимент завершил свою работу. В настоящее время производит набор данных установка CUORICINO, однако надежные результаты по-прежнему отсутствуют. Вполне вероятно, что более точная информация о $0\nu 2\beta$ -процессе может быть получена только после вступления в строй установок следующего поколения таких, как например, GENIUS, которая находится в стадии построения в лаборатории Gran Sasso.

Если бы речь шла о частицах, которые описываются тензорными величинами, то факт истинной нейтральности частиц выражался бы очевидным соотношением

$$\psi(x) = \psi^*(x). \quad (2.6)$$

Однако в случае спинорных частиц поведение $\psi(x)$ и $\psi^*(x)$ при преобразованиях Пуанкаре различно. В случае, когда орбитальный момент частицы равен нулю, соответствующие законы преобразования имеют вид:

$$\psi'(\Lambda x + a) = \exp\left(\frac{i}{4}\sigma_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu}\right)\psi(x) \quad (2.7)$$

и

$$\psi'^*(\Lambda x + a) = \exp\left(-\frac{i}{4}\sigma_{\mu\nu}^*\omega^{\mu\nu}\right)\psi^*(x), \quad (2.8)$$

где $\sigma_{\mu\nu} = i[\gamma_\mu, \gamma_\nu]/2$. Несомненно, что при наложении условия (2.6) в определенной лоренцевой системе, оно утратит свою силу в другой лоренцевой системе. Известно, что закон преобразования полевой функции определяет форму уравнения. Это значит, что для того, чтобы определение истинно нейтральной спинорной частицы было релятивистски инвариантным, в обоих частях уравнения (2.6) должны стоять величины, подчиняющиеся одному и тому же уравнению. Такому условию будут удовлетворять $\psi(x)$ и $\psi^c(x)$, где $\psi^c(x)$ — зарядово сопряженный биспинор, поскольку уравнения для этих величин имеют один и тот же вид при $e = 0$. Следовательно, релятивистски инвариантное определение истинно нейтральной частицы таково:

$$\psi(x) = \lambda_\odot \psi^c(x), \quad (2.9)$$

где λ_\odot — фазовый фактор ($|\lambda_\odot|^2 = 1$). Соотношение (2.9) принято называть условием Майораны.

Рассмотрим случай безмассовых нейтрино и покажем, как майорановское нейтрино может быть описано с помощью вейлевских спиноров. Будем работать в киральном представлении. Тогда с учетом

$$\psi^c = C\bar{\psi}^T = i\gamma^2\psi^*, \quad (2.10)$$

где C — матрица зарядового сопряжения, для двухкомпонентных вейлевских спиноров $\psi_{L,R}$ получаем

$$\psi_L^c \equiv (\psi_L)^c = i\gamma^2 \left\{ \frac{1+\gamma_5}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ \eta \end{pmatrix} \right\}^* = \begin{pmatrix} i\sigma_2\eta^* \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1-\gamma_5}{2} \begin{pmatrix} i\sigma_2\eta^* \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.11)$$

$$\psi_R^c \equiv (\psi_R)^c = i\gamma^2 \left\{ \frac{1-\gamma_5}{2} \begin{pmatrix} \xi \\ 0 \end{pmatrix} \right\}^* = \begin{pmatrix} 0 \\ -i\sigma_2\xi^* \end{pmatrix} = \frac{1+\gamma_5}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ -i\sigma_2\xi^* \end{pmatrix}, \quad (2.12)$$

где

$$\psi_{L,R} = P_{L,R}\psi, \quad P_{L,R} = \frac{1}{2}(1 \pm \gamma_5).$$

Далее, для γ -матриц мы будем использовать представление Дирака—Паули. В этом представлении матрица γ_5 имеет вид

$$\gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & -I \\ -I & 0 \end{pmatrix}.$$

Лагранжиан безмассового нейтринного поля определится выражением

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma_\mu\partial^\mu\psi = i[\bar{\psi}_L\gamma_\mu\partial^\mu\psi_L + \bar{\psi}_R\gamma_\mu\partial^\mu\psi_R]. \quad (2.13)$$

С помощью вейлевских спиноров можно определить майорановские спиноры χ и ζ , для которых условие (2.9) оказывается выполненным

$$\chi = \psi_L + \psi_L^c, \quad (2.14)$$

$$\zeta = \psi_R - \psi_R^c. \quad (2.15)$$

Из (2.14) и (2.15) не составляет труда найти связь между вейлевскими и майорановскими спинорами

$$\psi_L = \frac{1+\gamma_5}{2}\chi, \quad \psi_L^c = \frac{1-\gamma_5}{2}\chi, \quad (2.16)$$

$$\psi_R = \frac{1-\gamma_5}{2}\zeta, \quad \psi_R^c = -\frac{1+\gamma_5}{2}\zeta. \quad (2.17)$$

Подстановка (2.16) и (2.17) в (2.13) приводит к лагранжиану

$$\mathcal{L} = \frac{i}{2}[\bar{\chi}\gamma_\mu\partial^\mu\chi + \bar{\zeta}\gamma_\mu\partial^\mu\zeta]. \quad (2.18)$$

Воспользуемся для описания майорановского нейтрино спинором χ . В случае массивного нейтрино лагранжиан будет даваться выражением

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}[i\bar{\chi}\gamma_\mu\partial^\mu\chi - m\bar{\chi}\chi], \quad (2.19)$$

где m — действительная величина. Теперь вместо (2.14) примем

$$\chi = \psi_L \exp(i\beta_1) + \psi_L^c \exp(i\beta_2),$$

что, в свою очередь, фиксирует фазу в условии Майораны

$$\lambda_\odot = \exp(i\beta_1 + i\beta_2).$$

Перепишывая лагранжиан (2.19) в терминах ψ_L , получаем

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}_L\gamma_\mu\partial^\mu\psi_L - \frac{1}{2}M_L\bar{\psi}_L^c\psi_L + \text{conj.} \quad (2.20)$$

где $M_L = m \exp[i(\beta_2 - \beta_1)]$. Заметим, что при желании фаза может быть перенесена из M_L на ψ_L .

Очевидным обобщением лагранжиана (2.20) на 4-компонентные спиноры будет выражение

$$\mathcal{L} = i(\bar{\psi}_R\gamma_\mu\partial^\mu\psi_R + \bar{\psi}_L\gamma_\mu\partial^\mu\psi_L) + \mathcal{L}_{mass}^M, \quad (2.21)$$

где

$$\mathcal{L}_{mass}^M = -\frac{1}{2}\{M_R\bar{\psi}_R^c\psi_R + M_L\bar{\psi}_L^c\psi_L + \text{conj.}\}. \quad (2.22)$$

Напомним, что в случае дираковских частиц массовый член в лагранжиане имел вид

$$\mathcal{L}_{mass}^D = -M_D\{\bar{\psi}_L\psi_R + \text{conj.}\}. \quad (2.23)$$

Таким образом, в лагранжианах для частиц со спином 1/2 возможны два типа массовых слагаемых, для которых мы далее будем использовать термины дираковская и майорановская массы, соответственно. В самом общем случае массовый член в лагранжиане будет определяться выражением

$$\mathcal{L}_m = -\frac{1}{2}(\bar{\psi}_L + \bar{\psi}_L^c, \bar{\psi}_R + \bar{\psi}_R^c) \begin{pmatrix} M_L & M_D \\ M_D & M_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_L + \psi_L^c \\ \psi_R + \psi_R^c \end{pmatrix}. \quad (2.24)$$

При введении в лагранжиан слагаемых с майорановской массой, лагранжиан становится не инвариантным относительно калибровочных преобразований, обеспечивающих сохранение лептонного флейвора

$$\psi(x) \rightarrow \psi(x) \exp(iL\beta).$$

Следовательно, теория Майораны предсказывает существование процессов с нарушением лептонного флейвора $|\Delta L| = 2$. Примером такой экзотики и является $0\nu 2\beta$ -процесс.

Введем обозначения

$$\sigma^\mu \equiv (1, -\sigma_i), \quad \tilde{\sigma}^\mu \equiv (1, \sigma_i)$$

и перейдем в лагранжиане (2.21) к двухкомпонентным спинорам η

$$\mathcal{L} = i\eta^\dagger(\sigma^\mu\partial_\mu)\eta - \frac{im}{2}(\eta^T\sigma_2\eta - \eta^\dagger\sigma_2\eta^*), \quad (2.25)$$

где мы из соображений простоты положили $\beta_1 = \beta_2$. С помощью вариационного принципа из лагранжиана (2.25) следует уравнение Майораны в форме двухкомпонентных спиноров

$$\left. \begin{aligned} \sigma^\mu\partial_\mu\eta + m\sigma_2\eta^* &= 0, \\ \tilde{\sigma}^\mu\sigma_2\partial_\mu\eta^* - m\eta &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.26)$$

Исключая η^* из (2.26), приходим, как и следовало ожидать, к уравнению Гордона—Клейна

$$(\square + m^2)\eta = 0.$$

Представление истинно нейтрального спинорного поля через ψ_L или ψ_R не является единственно возможным. Так, например, майорановские спиноры можно также представить в виде

$$\phi_+ = \lambda_+ \frac{\psi + \psi^c}{\sqrt{2}}, \quad (2.27)$$

или

$$\phi_- = \lambda_- \frac{\psi - \psi^c}{\sqrt{2}}. \quad (2.28)$$

Поскольку ψ и ψ^c имеют одинаковые трансформационные свойства, то условие Майораны

$$\phi_\pm^c = \lambda_\pm \phi_\pm$$

оказывается релятивистски ковариантным. Разумеется, физика не должна зависеть от способа конструирования майорановских спиноров, т. е. используемые нами представления являются унитарно эквивалентными [6]. В рамках вторично квантованной теории унитарная эквивалентность означает, что существует оператор U , обеспечивающий выполнение соотношений

$$U \phi_- U^{-1} = \zeta, \quad U \phi_+ U^{-1} = \chi. \quad (2.29)$$

С учетом определения спиноров χ и ζ , из (2.29) следует

$$U^{-1} \psi_L U = \frac{1 + \gamma_5}{2} \phi_+, \quad U^{-1} \psi_R U = \frac{1 - \gamma_5}{2} \phi_-, \quad (2.30)$$

$$U^{-1} \psi_L^c U = \frac{1 - \gamma_5}{2} \phi_+, \quad U^{-1} \psi_R^c U = -\frac{1 + \gamma_5}{2} \phi_-. \quad (2.31)$$

Обратим внимание на то, что выполнение (2.30) и (2.31) дает нам возможность описывать майорановское нейтрино вейлевскими спинорами ψ_L и ψ_R , а не их комбинациями, удовлетворяющими условию Майораны. Ограничимся доказательством соотношений (2.30) и (2.31) для наиболее простого случая, а именно при $m_\nu = 0$. Это позволит нам использовать для операторной полевой функции нейтрино следующее разложение:

$$\psi(x) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3 p \sum_{r=1}^2 [a_r(\mathbf{p}) u^{(r)}(\mathbf{p}) e^{-ipx} + b_r^\dagger(\mathbf{p}) v^{(r)}(\mathbf{p}) e^{ipx}], \quad (2.32)$$

где биспиноры $u^{(r)}(\mathbf{p})$ и $v^{(r)}(\mathbf{p})$ удовлетворяют уравнениям

$$\gamma_5 u^{(r)}(\mathbf{p}) = q u^{(r)}(\mathbf{p}), \quad \gamma_5 v^{(r)}(\mathbf{p}) = -q u^{(r)}(\mathbf{p}) \quad (2.33)$$

с $q = 1$ для $r = 1$ и $q = -1$ для $r = 2$. С учетом

$$\psi^c = \psi(a_r(\mathbf{p}) \leftrightarrow b_r(\mathbf{p}))$$

и формулы (2.32), получаем

$$\psi_L(x) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3 p [a_1(\mathbf{p}) u^{(1)}(\mathbf{p}) e^{-ipx} + b_2^\dagger(\mathbf{p}) v^{(2)}(\mathbf{p}) e^{ipx}], \quad (2.34)$$

$$\psi_R(x) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3 p [a_2(\mathbf{p}) u^{(2)}(\mathbf{p}) e^{-ipx} + b_1^\dagger(\mathbf{p}) v^{(1)}(\mathbf{p}) e^{ipx}], \quad (2.35)$$

$$\psi_L^c(x) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3 p [b_2(\mathbf{p}) u^{(2)}(\mathbf{p}) e^{-ipx} + a_1^\dagger(\mathbf{p}) v^{(1)}(\mathbf{p}) e^{ipx}], \quad (2.36)$$

$$\psi_R^c(x) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3 p [b_1(\mathbf{p}) u^{(1)}(\mathbf{p}) e^{-ipx} + a_2^\dagger(\mathbf{p}) v^{(2)}(\mathbf{p}) e^{ipx}], \quad (2.37)$$

$$\phi_\pm(x) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2}} \int d^3 p \sum_{r=1}^2 \{ [a_r(\mathbf{p}) \pm b_r(\mathbf{p})] u^{(r)}(\mathbf{p}) e^{-ipx} + [\pm a_r^\dagger(\mathbf{p}) + b_r^\dagger(\mathbf{p})] v^{(r)}(\mathbf{p}) e^{ipx} \}. \quad (2.38)$$

Интуиция нам подсказывает, что матрицу U следует искать в виде

$$U = \exp \left[\theta \sum_r (b_r^\dagger a_r - a_r^\dagger b_r) \right],$$

полагая при этом $\text{Im } \theta = 0$. Выполняя несложные математические выкладки, получаем

$$\begin{aligned} U^{-1} a_s U &= a_s + \theta \left[\sum_r (b_r^\dagger a_r - a_r^\dagger b_r), a_s \right] + \\ &+ \frac{\theta^2}{2!} \left[\sum_r (b_r^\dagger a_r - a_r^\dagger b_r), \left[\sum_{r'} (b_{r'}^\dagger a_{r'} - a_{r'}^\dagger b_{r'}), a_s \right] \right] + \dots = \\ &= a_s \cos \theta + b_s \sin \theta \end{aligned} \quad (2.39)$$

и

$$U^{-1} b_s U = a_s \cos \theta - b_s \sin \theta. \quad (2.40)$$

Из найденных формул при θ равным $\pi/4$ следует

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{2} U^{-1} a_1(\mathbf{p}) U &= a_1(\mathbf{p}) + b_1(\mathbf{p}), & \sqrt{2} U^{-1} a_2(\mathbf{p}) U &= a_2(\mathbf{p}) - b_2(\mathbf{p}), \\ \sqrt{2} U^{-1} b_1(\mathbf{p}) U &= b_1(\mathbf{p}) - a_1(\mathbf{p}), & \sqrt{2} U^{-1} b_2(\mathbf{p}) U &= b_2(\mathbf{p}) + a_2(\mathbf{p}). \end{aligned} \right\} \quad (2.41)$$

С помощью формул (2.41) можно легко установить справедливость соотношений (2.30) и (2.31), что и завершает наше доказательство.

2.2. Квантование майорановского поля

Сначала проведем процедуру квантования, используя для описания майорановского нейтрино вейлевские спиноры $\eta(x)$ и $\eta^*(x)$ [7]. В самом общем виде операторные разложения спиноров $\eta(x)$ и $\eta^*(x)$ по плоским волнам имеют вид

$$\eta(x) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3p N \{ [a(p)\beta(p) + b(p)\alpha(p)]e^{-ipx} + [c(p)\beta(p) + d(p)\alpha(p)]e^{ipx} \}, \quad (2.42)$$

$$\eta^*(x) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3p N \{ [a^\dagger(p)\beta^*(p) + b^\dagger(p)\alpha^*(p)]e^{ipx} + [c^\dagger(p)\beta^*(p) + d^\dagger(p)\alpha^*(p)]e^{-ipx} \}, \quad (2.43)$$

где N — подлежащий определению нормировочный множитель, а двухкомпонентные спиноры $\alpha(p)$ и $\beta(p)$ удовлетворяют уравнениям на собственные значения

$$\frac{(\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma})}{|\mathbf{p}|} \alpha(p) = \alpha(p), \quad \frac{(\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma})}{|\mathbf{p}|} \beta(p) = -\beta(p) \quad (2.44)$$

и условиям ортонормировки

$$\left. \begin{aligned} \alpha^\dagger(p)\alpha(p) &= \beta^\dagger(p)\beta(p) = 1, \\ \alpha^\dagger(p)\beta(p) &= \beta^\dagger(p)\alpha(p) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.45)$$

Подставим выражения (2.42) и (2.43) в уравнения движения (2.26). Уравнения будут обращаться в тождества при выполнении следующих условий:

$$\sigma_2 \alpha^*(p) = i\beta(p), \quad \sigma_2 \beta^*(p) = -i\alpha(p), \quad (2.46)$$

$$d(p) = \frac{m}{E_p + |\mathbf{p}|} a^\dagger(p), \quad b(p) = -\frac{m}{E_p + |\mathbf{p}|} c^\dagger(p). \quad (2.47)$$

Вводя обозначения

$$a(p) \equiv a_-(p), \quad c^\dagger(p) \equiv a_+(p),$$

мы можем переписать разложение для $\eta(x)$ в виде

$$\eta(x) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3p N \left\{ \left[a_-(p)\beta(p) - \frac{m}{E_p + |\mathbf{p}|} a_+(p)\alpha(p) \right] e^{-ipx} + \left[a_+^\dagger(p)\beta(p) + \frac{m}{E_p + |\mathbf{p}|} a_-^\dagger(p)\alpha(p) \right] e^{ipx} \right\}. \quad (2.48)$$

Поскольку «координаты» и «импульсы» майорановского поля не являются независимыми, то мы вынуждены использовать релятивистскую

схему квантования. В качестве первого шага определим динамические наблюдаемые. Тензор энергии-импульса имеет вид:

$$T^{\mu\nu} = i\eta^\dagger \sigma^\mu \partial^\nu \eta - g^{\mu\nu} \mathcal{L}. \quad (2.49)$$

С его помощью может быть найден вектор энергии-импульса

$$P^\mu = \frac{i}{2} \int d^3x \{ 2\eta^*(x) \partial^\mu \eta(x) - g^{0\mu} \partial_t [\eta^*(x) \eta(x)] \}. \quad (2.50)$$

Подстановка в (2.50) разложений $\eta(x)$ и $\eta^*(x)$ дает для энергии поля выражение

$$E = N^2 \int d^3p p_0 \frac{2E_p}{E_p + |\mathbf{p}|} [a_-^\dagger(p)a_-(p) - a_+(p)a_+^\dagger(p)]. \quad (2.51)$$

Из (2.51) становится очевидным, что N следует выбрать в виде

$$N = \sqrt{\frac{E_p + |\mathbf{p}|}{2E_p}}. \quad (2.52)$$

Далее стандартным образом можно установить отличные от нуля антикоммутиационные соотношения

$$\{a_\pm(p), a_\pm^\dagger(p')\} = \delta^{(3)}(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \quad (2.53)$$

и то, что $a_+(p)$ ($a_-(p)$) и $a_+^\dagger(p)$ ($a_-^\dagger(p)$) имеют смысл операторов уничтожения и рождения частиц с положительной (отрицательной) спиральностью, с массой m и импульсом \mathbf{p} , соответственно.

Перейдем к определению сингулярных функций майорановского поля. Из уравнений (2.44) и условий ортонормировки для спиноров $\alpha(p)$ и $\beta(p)$ нетрудно получить

$$\alpha_r(p)\alpha_s^*(p) = \frac{1}{2|\mathbf{p}|} (|\mathbf{p}| + \sigma_j p_j)_{rs}, \quad \beta_r(p)\beta_s^*(p) = \frac{1}{2|\mathbf{p}|} (|\mathbf{p}| - \sigma_j p_j)_{rs}. \quad (2.54)$$

С помощью формул (2.54) могут быть установлены антикоммутиационные соотношения для операторных полевых функций в произвольные моменты времени

$$\{\eta_r(x), \eta_s^*(x')\} = (\tilde{\sigma}^\mu \partial_\mu)_{rs} \Delta_0(x - x'; m^2), \quad (2.55)$$

$$\{\eta_r(x), \eta_s^T(x')\} = m(\sigma_2)_{rs} \Delta_0(x - x'; m^2), \quad (2.56)$$

где функция Паули—Йордана $\Delta_0(x; m^2)$ дается выражением

$$\Delta_0(x; m^2) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \exp(-ikr) \frac{\sin \omega t}{\omega} d^3k.$$

Это, в свою очередь, позволяет найти отличные от нуля свертки операторов майорановского поля

$$\langle 0|T[\eta_r(x)\eta_s^\dagger(x')]|0\rangle = (\tilde{\sigma}^\mu \partial_\mu)_{rs} \Delta^c(x-x'), \quad (2.57)$$

$$\langle 0|T[\eta_r(x)\eta_s^T(x')]|0\rangle = m(\sigma_2)_{rs} \Delta^c(x-x'), \quad (2.58)$$

где $\Delta^c(x)$ — причинная функция

$$\Delta^c(x) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 k}{m^2 - k^2 - i\epsilon} \exp(-ikx).$$

Выражение (2.58) еще раз подтверждает, что нарушение лептонного флейвора в случае майорановского нейтрино имеет место только при отличной от нуля массе нейтрино.

Изложенный выше формализм двухкомпонентных спиноров удобен при вычислении матричных элементов в том случае, когда единственными фермионами, входящими в лагранжиан взаимодействия \mathcal{L}_{int} , являются майорановские нейтрино. Если же в \mathcal{L}_{int} также присутствуют, к примеру, и заряженные лептоны, то мы вынуждены будем и для них перейти к двухкомпонентным спинорам. Эта процедура не только лишена эстетической привлекательности, но и приводит к значительному увеличению слагаемых в амплитуде соответствующей реакции. По этой причине для описания майорановских нейтрино мы будем использовать наиболее привычный формализм четырехкомпонентных спиноров.

В лагранжиане взаимодействия любой электрослабой теории, будь то стандартная модель (СМ) или ее расширение, полевая функция нейтрино сопровождается операторами проекции киральности. Так например, в СМ лагранжиан, описывающий взаимодействие нейтрино с калибровочными бозонами, имеет вид

$$\mathcal{L}_{int}^\nu = \frac{g}{4 \cos \theta_W} \bar{\nu}_l(x) \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu_l(x) Z^\mu(x) + \frac{g}{2\sqrt{2}} \bar{l}(x) \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu_l(x) W^\mu(x) + \text{conj.}, \quad (2.59)$$

где мы не конкретизируем природу нейтрино. В СМ в каждом поколении мы имеем только одно левополяризованное нейтрино (точнее, преимущественно левополяризованное, но об этом позднее). В некоторых расширениях СМ к этому нейтрино добавляется тяжелое правополяризованное нейтрино. Будем пока ориентироваться только на СМ. Для майорановского нейтрино выберем представление

$$\nu^M(x) = \lambda_\odot [\psi_L(x) + \psi_L^c(x)]. \quad (2.60)$$

Напомним, что в теории Дирака антикоммутатор полей для произвольных пространственно-временных точек определяется выражением

$$\{\psi_\alpha(x), \bar{\psi}_\beta(x')\} = -i S_{\alpha\beta}(x-x'). \quad (2.61)$$

Функция $S_{\alpha\beta}(x)$ обладает следующими свойствами:

$$\begin{aligned} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)S(x) &= (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)(i\gamma^\mu \partial_\mu + m)\Delta_0(x; m^2) = \\ &= -(\square + m^2)\Delta_0(x; m^2) = 0 \end{aligned} \quad (2.62)$$

и

$$S(x)|_{t=0} = i\gamma_0 \delta^{(3)}(\mathbf{x}). \quad (2.63)$$

Дифференциальное уравнение (2.62) и начальное условие (2.63) однозначно определяют функцию $S(x)$. Эта сингулярная функция играет роль функции Грина при решении задач с начальными условиями, так как имеет место следующая формула

$$\psi(x) = -i \int d\sigma_\mu(x') S(x-x') \gamma^\mu \psi(x'), \quad (1.64)$$

где $t > t'$. Доказательство соотношения (2.64) тривиально. Производная $\delta/\delta\sigma(x')$ от правой части (2.64) обращается в нуль вследствие того, что и $S(x-x')$ и $\psi(x')$ удовлетворяют уравнению Дирака. Это означает, что интеграл в правой части (2.64) не зависит от выбора гиперповерхности σ' . Следовательно, мы можем взять в качестве таковой гиперплоскость $t' = t$, что с учетом начального условия на функцию $S(x)$, обращает (2.64) в тождество.

Действие вторично квантованного оператора зарядового сопряжения C на операторную полевую функцию определяется соотношением

$$\begin{aligned} C\psi(x)C^{-1} &= \eta_c \psi^c(x) = C\bar{\psi}^T(x), \\ C\bar{\psi}(x)C^{-1} &= \eta_c^* \bar{\psi}^c(x) = C^{-1}\psi(x), \end{aligned} \quad (2.65)$$

где $|\eta_c|^2 = 1$. Из этого следует, что связь между зарядово сопряженными операторными полевыми функциями имеет точно такой же вид, как и в теории первичного квантования. Тогда, используя разложение операторов дираковского полей

$$\begin{aligned} \psi(x) &= \psi^{(+)}(x) + \psi^{(-)}(x) = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3 p \sqrt{\frac{m}{E_p}} \sum_{r=1}^2 [a_r(\mathbf{p}) u^{(r)}(\mathbf{p}) e^{-ipx} + b_r^\dagger(\mathbf{p}) v^{(r)}(\mathbf{p}) e^{ipx}], \end{aligned} \quad (2.66)$$

$$\begin{aligned}\bar{\psi}(x) &= \overline{\psi^{(+)}(x)} + \overline{\psi^{(-)}(x)} = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3p \sqrt{\frac{m}{E_p}} \sum_{r=1}^2 [a_r^\dagger(\mathbf{p}) \bar{u}^{(r)}(\mathbf{p}) e^{ipx} + b_r(\mathbf{p}) \bar{v}^{(r)}(\mathbf{p}) e^{-ipx}] \quad (2.67)\end{aligned}$$

и учитывая свойства матрицы зарядового сопряжения, без труда находим

$$\{\psi_\alpha^c(x), \bar{\psi}_\beta^c(x')\} = -iS_{\alpha\beta}(x - x'). \quad (2.68)$$

Учет полученных соотношений позволяет получить

$$\{\nu_\alpha^M(x), \bar{\nu}_\beta^M(x')\} = -iS_{\alpha\beta}(x - x'). \quad (2.69)$$

Итак, для майорановского поля свертка операторов $\nu_\alpha^M(x)$ и $\bar{\nu}_\beta^M(x')$ имеет то же самое значение как и в случае дираковского поля, т. е.

$$\langle 0|T(\nu_\alpha^M(x)\bar{\nu}_\beta^M(x'))|0\rangle = -iS_{\alpha\beta}^c(x - x'). \quad (2.70)$$

Однако в отличие от дираковского случая, благодаря соотношению (2.68), не равна нулю также величина

$$\langle 0|T(\nu_\alpha^M(x)\nu_\beta^M(x'))|0\rangle = -i\lambda_\odot^2 m C_{\alpha\beta} \Delta^c(x - x'). \quad (2.71)$$

Заметим, что при желании можно убрать из амплитуды реакции оператор зарядового сопряжения. Для этого оператор C следует напустить на полевую функцию лептона, образующего с нейтрино нейтральный или заряженный ток.

Очевидно, что более удобно использовать разложение полевого оператора майорановского поля просто по решениям уравнения Дирака. Такое выражение можно получить, если вспомнить, что постоянные ортонормированные спиноры ζ^\pm , которые фигурировали в разложении операторной функции электрон-позитронного поля, определены с точностью до фазы. Тогда искомое разложение для $\nu^M(x)$ можно представить в виде:

$$\nu^M(x) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3p \sqrt{\frac{m}{E_p}} \sum_{\alpha=\pm} [a_\alpha(\mathbf{p}) u^{(\alpha)}(\mathbf{p}) e^{-ipx} + \lambda_\odot a_\alpha^\dagger(\mathbf{p}) v_m^{(\alpha)}(\mathbf{p}) e^{ipx}], \quad (2.72)$$

где биспинор $u^{(\alpha)}(\mathbf{p})$ определен формулой

$$u^{(\pm)}(\mathbf{p}) = N \begin{pmatrix} \zeta^\pm \\ \frac{(\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma})}{E_p + m} \zeta^\pm \end{pmatrix}, \quad (2.73)$$

в то время как биспинор $v_m^{(\alpha)}(\mathbf{p})$ дается выражением

$$v_m^{(\pm)}(\mathbf{p}) = N \begin{pmatrix} \frac{(\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma})}{E_p + m} \zeta_m^\pm \\ \zeta_m^\pm \end{pmatrix}, \quad (2.74)$$

$$\zeta_m^+ = - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \zeta_m^- = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

В формуле (2.72) мы поставили фазовый множитель перед оператором рождения майорановской частицы. Такой выбор позволяет назвать λ_\odot фазовым множителем рождения. Подчеркнем, что ничто не мешает нам передвинуть λ_\odot к оператору уничтожения. Непосредственной проверкой можно убедиться, что при представлении $\nu^M(x)$ в виде (2.72) условие Майораны оказывается выполненным. Действительно,

$$\begin{aligned}[\nu^M(x)]^c &= \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3p \sqrt{\frac{m}{E_p}} \sum_{\alpha} [a_\alpha^\dagger(\mathbf{p}) C \gamma_0 u^{(\alpha)*}(\mathbf{p}) e^{ipx} + \\ &\quad + \lambda_\odot^* a_\alpha(\mathbf{p}) C \gamma_0 v_m^{(\alpha)*}(\mathbf{p}) e^{-ipx}] = \\ &= \lambda_\odot^* \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3p \sqrt{\frac{m}{E_p}} \sum_{\alpha} [a_\alpha(\mathbf{p}) u^{(\alpha)}(\mathbf{p}) e^{-ipx} + \lambda_\odot a_\alpha^\dagger(\mathbf{p}) v_m^{(\alpha)}(\mathbf{p}) e^{ipx}],\end{aligned}$$

где мы приняли во внимание соотношения

$$[v_m^{(\alpha)}(\mathbf{p})]^c = C[\bar{v}_m^{(\alpha)}(\mathbf{p})]^T = u^{(\alpha)}(\mathbf{p}), \quad [u^{(\alpha)}(\mathbf{p})]^c = C[\bar{u}^{(\alpha)}(\mathbf{p})]^T = v_m^{(\alpha)}(\mathbf{p}). \quad (2.75)$$

2.3. Вторично квантованное представление дискретных операций C , P и T

Вторично квантованные операторы дискретных преобразований являются операторами в пространстве Фока и, следовательно, не коммутируют с операторами рождения и уничтожения. Для того чтобы отличить их от операторов, преобразующих неквантованные волновые функции, будем использовать следующие обозначения: C для оператора зарядового сопряжения, P для оператора пространственной инверсии и T для оператора временного отражения. Очевидно, что вакуум должен быть инвариантным относительно этих преобразований, т. е.

$$C\Phi_0 = P\Phi_0 = T\Phi_0 = 0. \quad (2.76)$$

Действие оператора U ($U = C, P, T$) на вектор состояния системы в фокковом представлении дает

$$\begin{aligned}U \Phi_{n_k^+ n_{k_1}^- \dots} &= \int \dots \int F'(x_1, \dots, x_n) U \psi^{b_1}(x_1) U^{-1} \dots \\ &\quad \dots U \psi^{b_n}(x_n) U^{-1} d^4x_1 \dots d^4x_n \Phi_0,\end{aligned}$$

где $b_i = \pm$, $\psi^+(x) \equiv \psi(x)$, $\psi^-(x) \equiv \bar{\psi}(x)$, $F' = F$, если U унитарен и $F' = F^*$, если U антиунитарен. Таким образом, если мы потребуем инвариантности теории относительно U -преобразования, то наша задача сведется к установлению законов трансформации операторных полевых функций, т. е. к определению величин $U\psi(x)U^{-1}$ и $U\bar{\psi}(x)U^{-1}$. При этом, с одной стороны, согласно принципу соответствия должны быть приняты во внимание законы преобразования некантованных полевых функций. С другой стороны, поскольку операторы U не действуют на спинорные компоненты $u^{(\alpha)}(\mathbf{p})$ и $v^{(\alpha)}(\mathbf{p})$ (точнее, $u^{(\alpha)}(\mathbf{p})$ и $v^{(\alpha)}(\mathbf{p})$ коммутируют с унитарным оператором U , а при перестановке с антиунитарным оператором U заменяются на комплексно сопряженные), то использование уравнений движения, как это имело место в некантованной теории, не приведет к окончательному установлению законов преобразования. Другими словами, во вторично квантованной теории при поиске законов преобразований нам необходим новый критерий. Очевидно, что таким критерием может быть только инвариантность перестановочных соотношений (ПС) относительно преобразований C , P и T .

Сначала рассмотрим поведение дираковского нейтрино относительно дискретных операций C , P и T . Определим операцию зарядового сопряжения следующим образом

$$C\psi(x)C^{-1} = \eta_c \psi^c(x), \quad C\bar{\psi}(x)C^{-1} = \eta_c^* \bar{\psi}^c(x). \quad (2.77)$$

Непосредственными вычислениями можно убедиться, что при таком определении C -операции инвариантность ПС будет обеспечена при условии, что теперь оператор C должен быть унитарным, в отличие от первично квантованной теории. Инвариантность относительно C -операции имеет место только для электрически нейтральных систем. В этом случае вектор состояния начальной Φ и преобразованной Φ^c систем могут отличаться друг от друга лишь фазовым множителем

$$\Phi^c = \eta_c \Phi = \prod_i^N (\eta_c)_i \Phi.$$

Чтобы отобразить это обстоятельство, мы и ввели фазовый множитель операции зарядового сопряжения $|\eta_c| = 1$.

Установим с помощью (2.77) трансформационные свойства операторов уничтожения и рождения. Используя для операторной полевой функции разложение в виде (2.66), получаем

$$Ca_\alpha(\mathbf{p})C^{-1} = \eta_c (-1)^{(1+\alpha)/2} b_\alpha(\mathbf{p}), \quad Cb_\alpha(\mathbf{p})C^{-1} = \eta_c^* (-1)^{(1+\alpha)/2} a_\alpha(\mathbf{p}), \quad (2.78)$$

где были учтены следующие тождества для биспиноров:

$$C\bar{u}^{(\alpha)}(\mathbf{p}) = (-1)^{(1+\alpha)/2} v^{(\alpha)}(\mathbf{p}), \quad C\bar{v}^{(\alpha)}(\mathbf{p}) = (-1)^{(1+\alpha)/2} u^{(\alpha)}(\mathbf{p}), \quad (2.79)$$

При выводе (2.79) удобно сначала проверить их в представлении Дирака—Паули, и затем убедиться непосредственно, что полученные формулы не зависят от выбора представления. Соответствующие законы преобразования для операторов рождения могут быть найдены из соотношений (2.79) с учетом условия

$$(UcU^{-1})^* = Uc^*U^{-1},$$

которое справедливо как для унитарного, так и для антиунитарного оператора U и для произвольного оператора c .

Можно пойти и обратным путем, а именно: определить операцию зарядового сопряжения как преобразование фермиона с заданной ориентацией спина в антифермион с той же спиновой ориентацией. Тогда для фермионных операторов уничтожения сразу же следуют соотношения (2.78) с опущенным множителем $(-1)^{(1+\alpha)/2}$, из которых уже устанавливаются законы преобразования операторной полевой функции $\psi(x)$.

Рассуждая аналогичным образом, можно определить операции пространственной и временной инверсий

$$P\psi(\mathbf{r}, t)P^{-1} = \eta_p \gamma_0 \psi(-\mathbf{r}, t), \quad P\bar{\psi}(\mathbf{r}, t)P^{-1} = \eta_p^* \gamma_0 \bar{\psi}(-\mathbf{r}, t), \quad (2.80)$$

$$\left. \begin{aligned} T\psi(\mathbf{r}, t)T^{-1} &= \eta_t \gamma^3 \gamma^1 \psi(\mathbf{r}, -t), \\ T\bar{\psi}(\mathbf{r}, t)T^{-1} &= \eta_t^* \gamma^1 \gamma^3 \bar{\psi}(\mathbf{r}, -t), \end{aligned} \right\} \quad (2.81)$$

где $|\eta_p| = 1$, $|\eta_t| = 1$. При этом оператор P должен быть унитарным, а оператор T — антиунитарным. Используя разложение для $\psi(x)$, определяем поведение операторов уничтожения при P и T преобразованиях

$$Pa_\alpha(\mathbf{p})P^{-1} = \eta_p a_\alpha(-\mathbf{p}), \quad Pb_\alpha(\mathbf{p})P^{-1} = -\eta_p^* b_\alpha(-\mathbf{p}), \quad (2.82)$$

$$\left. \begin{aligned} Ta_\alpha(\mathbf{p})T^{-1} &= -\eta_t (-1)^{(1+\alpha)/2} a_{-\alpha}(-\mathbf{p}), \\ Tb_\alpha(\mathbf{p})T^{-1} &= \eta_t^* (-1)^{(1+\alpha)/2} b_{-\alpha}(-\mathbf{p}). \end{aligned} \right\} \quad (2.83)$$

При выводе полученных соотношений приняты во внимание тождества:

$$\left. \begin{aligned} \gamma^3 \gamma^1 u^{(\alpha)*}(\mathbf{p}) &= -(-1)^{(1+\alpha)/2} u^{(-\alpha)}(-\mathbf{p}), & \gamma_0 u^{(\alpha)}(\mathbf{p}) &= u^{(\alpha)}(-\mathbf{p}), \\ \gamma^3 \gamma^1 v^{(\alpha)*}(\mathbf{p}) &= (-1)^{(1+\alpha)/2} v^{(-\alpha)}(-\mathbf{p}), & \gamma_0 v^{(\alpha)}(\mathbf{p}) &= -v^{(\alpha)}(-\mathbf{p}). \end{aligned} \right\} \quad (2.84)$$

Из (2.82) и (2.83) следует, что при отражении времени меняется знак как у импульса \mathbf{p} , так и у проекции спина α , в то время как пространственное отражение приводит лишь к изменению знака трехмерного импульса частицы. Произведение всех трех операторов $\Theta = CPT$ дает

$$\Theta\psi(x)\Theta^{-1} = \eta_{cpt} \gamma_5 \gamma_0 \bar{\psi}(-x), \quad \Theta\bar{\psi}(x)\Theta^{-1} = \eta_{cpt}^* \gamma_5 \gamma_0 \psi(-x), \quad (2.85)$$

где $\eta_{cpt} = \eta_c \eta_p \eta_t$. Таким образом, операция CP приводит к замене частицы на античастицу с тем же импульсом и противоположной проекцией спина.

Перейдем к исследованию поведения майорановских нейтрино при дискретных преобразованиях. Для операторной полевой функции нейтрино будет использоваться разложение (2.72). Начнем с операции зарядового сопряжения. Теперь вместо (2.77) имеем

$$C\nu^M(\mathbf{r}, t)C^{-1} = (\eta_c^* \lambda_\odot)^* \nu^M(\mathbf{r}, t), \quad (2.86)$$

что, в свою очередь, приводит к соотношениям

$$Ca_\alpha(\mathbf{p})C^{-1} = (\eta_c^* \lambda_\odot)^* a_\alpha(\mathbf{p}), \quad Ca_\alpha^\dagger(\mathbf{p})C^{-1} = (\eta_c^* \lambda_\odot)^* a_\alpha^\dagger(\mathbf{p}). \quad (2.87)$$

В силу унитарности оператора C из уравнений (2.87) можно заключить, что величина $\eta_c^* = \eta_c^* \lambda_\odot$ действительна. Тогда, учитывая C -инвариантность вакуума, получаем соотношение:

$$C|\mathbf{p}, \alpha\rangle = \eta_c' |\mathbf{p}, \alpha\rangle, \quad (2.88)$$

где $|\mathbf{p}, \alpha\rangle \equiv a_\alpha^\dagger(\mathbf{p})|0\rangle$, которое приводит нас к заключению, что свободная майорановская частица является собственным состоянием оператора зарядового сопряжения. Однако это утверждение теряет свою силу для физического майорановского нейтрино, поскольку слабые взаимодействия нарушают C -инвариантность.

Из (2.86) и (2.87) следует, что при CP -преобразовании майораново нейтрино трансформируется по закону

$$CP\psi(\mathbf{r}, t)(CP)^{-1} = \eta_{cp} \gamma_0 \psi^c(-\mathbf{r}, t). \quad (2.89)$$

Используя полученное соотношение и учитывая тождества

$$\gamma^0 u^{(\alpha)}(\mathbf{p}) = u^{(\alpha)}(-\mathbf{p}), \quad \gamma^0 v_m^{(\alpha)}(\mathbf{p}) = -v_m^{(\alpha)}(-\mathbf{p}), \quad (2.90)$$

можно установить поведение операторов $a_\alpha(\mathbf{p})$ и $a_\alpha^\dagger(\mathbf{p})$ при CP -преобразовании

$$\left. \begin{aligned} CP a_\alpha(\mathbf{p})(CP)^{-1} &= (\eta_{cp}^* \lambda_\odot)^* a_\alpha(-\mathbf{p}), \\ CP a_\alpha^\dagger(\mathbf{p})(CP)^{-1} &= -(\eta_{cp}^* \lambda_\odot)^* a_\alpha^\dagger(-\mathbf{p}). \end{aligned} \right\} \quad (2.91)$$

Совместность уравнений (2.91) будет обеспечена при условии

$$(\eta_{cp}^* \lambda_\odot)^* = -\eta_{cp}^* \lambda_\odot.$$

Итак, свободную майорановскую частицу можно определить как собственное состояние оператора CP с собственным значением

$$-(\eta_{cp}^* \lambda_\odot)^* \equiv \eta_{cp}' = \pm i.$$

Это весьма необычно, поскольку для известных элементарных частиц внутренняя CP -четность действительное число. Проверим, не находит-

ся ли настоящее утверждение в противоречии с результатами существующих экспериментов. Рассмотрим распад

$$Z \rightarrow \nu_l + \nu_l \quad (2.92)$$

и предположим, что нейтрино имеют майорановскую природу. Будем считать нейтрино нерелятивистскими частицами, а CP -инвариантность неизбывным законом природы. В системе покоя Z -бозона (полный момент количества движения начального состояния равен единице) возможны следующие конечные состояния

$$\left. \begin{aligned} {}^3S_1 (l=0, J=1), \quad {}^1P_1 (l=1, J=0), \\ {}^3P_1 (l=1, J=1), \quad {}^3D_1 (l=2, J=1). \end{aligned} \right\} \quad (2.93)$$

Поскольку в конечном состоянии мы имеем два тождественных фермиона, то полная волновая функция системы будет антисимметрична. Этому условию удовлетворяет только 3P_1 -состояние (пространственная часть волновой функции антисимметрична, а спиновая — симметрична). Действуя на конечное состояние оператором CP , получаем

$$\begin{aligned} CP|\nu\nu; l=1, J=1\rangle &= \eta_{cp}^2 (-1)^l |\nu\nu; l=1, J=1\rangle = \\ &= -\eta_{cp}^2 |\nu\nu; l=1, J=1\rangle. \end{aligned} \quad (2.94)$$

Так как CP четность начального состояния равна $+1$, то из (2.94) следует

$$-\eta_{cp}^2 = 1,$$

т. е. для майорановского нейтрино η_{cp}' действительно может равняться $\pm i$.

При пространственной инверсии спиральность меняет знак, следовательно, двум состояниям майорановского нейтрино соответствуют противоположные внутренние CP -четности.

Известно, что в кварковом секторе CP -инвариантность может нарушаться. Есть также сомнения относительно сохранения CP -инвариантности и для лептонов. Следовательно, определение майорановского нейтрино как CP собственного состояния также может не иметь характера абсолютного утверждения.

Обратимся к CP -преобразованию. Учитывая условие Майораны, мы можем записать

$$\Theta \nu^M(x) \Theta^{-1} = \eta_{cpt} \lambda_\odot^* \gamma_5 \gamma_0 C^{-1} \nu^M(-x). \quad (2.95)$$

Из (2.95) могут быть получены правила преобразования операторов рождения и уничтожения для майорановского нейтрино

$$\Theta a_\alpha(\mathbf{p}) \Theta^{-1} = -\eta_{cpt} \lambda_\odot^* (-1)^{(1+\alpha)/2} a_{-\alpha}(\mathbf{p}), \quad (2.96)$$

$$\Theta a_{\alpha}^{\dagger}(\mathbf{p})\Theta^{-1} = \eta_{cpt}\lambda_{\odot}(-1)^{(1+\alpha)/2}a_{-\alpha}^{\dagger}(\mathbf{p}), \quad (2.97)$$

где были приняты во внимание следующие тождества для биспиноров: $u^{(\alpha)}(\mathbf{p})$ и $v_m^{(\alpha)}(\mathbf{p})$

$$\begin{aligned} \gamma_5\gamma_0 C^{-1}u^{(\alpha)}(\mathbf{p}) &= (-1)^{(1+\alpha)/2}u^{(-\alpha)*}(\mathbf{p}), \\ \gamma_5\gamma_0 C^{-1}v_m^{(\alpha)}(\mathbf{p}) &= (-1)^{(1-\alpha)/2}v_m^{(-\alpha)*}(\mathbf{p}). \end{aligned} \quad (2.98)$$

Выполняя операцию эрмитового сопряжения в уравнении (2.97), получаем

$$\Theta a_{\alpha}(\mathbf{p})\Theta^{-1} = \eta_{cpt}^*\lambda_{\odot}^*(-1)^{(1+\alpha)/2}a_{-\alpha}(\mathbf{p}). \quad (2.99)$$

Совместность полученного уравнения с уравнением (2.96) требует выполнения

$$\eta_{cpt}^* = -\eta_{cpt},$$

т.е. η_{cpt} должно принимать значения $\pm i$. Поскольку вакуум является CPT -инвариантным, то для одночастичного состояния майорановского нейтрино справедливо уравнение

$$CPT|p, \alpha\rangle = \eta'_{*}|p, -\alpha\rangle, \quad (2.100)$$

где $\eta'_{cpt} = \eta_{cpt}\lambda_{\odot}(-1)^{(1+\alpha)/2}$. Отметим зависимость собственного значения оператора CPT от спиральности начального состояния. В системе покоя CPT -преобразование, примененное к майорановскому нейтрино, просто поворачивает его спин. Таким образом, согласно (2.99) можно утверждать, что майорановское нейтрино тождественно своей античастице, имея в виду следующее: оно переходит в самого себя при CPT -преобразовании, сопровождаемым поворотом на 180° . Поскольку на сегодняшний день CPT инвариантность относится нами к числу вселенских истин, то уравнение (2.100) следует считать определением как свободной, так и физической майорановской частицы.

Изученные выше свойства относительно дискретных преобразований имеют ряд очень важных следствий. Мы ограничимся обсуждением их влияния только на электромагнитную структуру нейтрино. Предположим, что нейтрино находится в однородном и статическом электромагнитном поле с индукцией \mathbf{B} и напряженностью \mathcal{E} . Если нейтрино ν^M имеет магнитный дипольный момент μ_m и электрический дипольный момент μ_e , то энергия взаимодействия нейтрино с внешним электромагнитным полем в нерелятивистском приближении определится выражением

$$E_{int} = -\mu_m\langle(\mathbf{S} \cdot \mathbf{B})\rangle - \mu_e\langle(\mathbf{S} \cdot \mathcal{E})\rangle. \quad (2.101)$$

Полагая нейтрино майорановской частицей, посмотрим к каким следствиям приведет CPT -инвариантность теории. Учтем, что относительно

CPT -преобразования \mathbf{B} и \mathcal{E} являются инвариантными, в то время как спин меняет свое направление. Тогда в результате CPT -преобразования E_{int} перейдет в $-E_{int}$ и спасти CPT -инвариантность теории можно только в предположении, что майорановское нейтрино не имеет ни магнитного, ни электрического дипольных моментов. CPT -инвариантность теории допускает существование у майорановского нейтрино только одного мультипольного момента, так называемого анапольного момента μ_a [29]. Этот момент может быть обнаружен при помещении частицы во внешнее вихревое магнитное поле. Возникающая при этом энергия взаимодействия нейтрино в нерелятивистском пределе дается выражением

$$E_{int} = -\mu_a\langle(\mathbf{S} \cdot \text{rot } \mathbf{B})\rangle. \quad (2.102)$$

Наглядно в качестве источника этого момента можно представить тороидное распределение электрического тока (тороидальная обмотка).

Что касается дираковского нейтрино, то оно может обладать как дипольными электрическим и магнитным моментами, так и анапольным моментом.

2.4. Масса нейтрино в моделях с $SU(2)_L \times U(1)_Y$ калибровочной группой

Структура СМ такова, что после спонтанного нарушения симметрии нейтрино остается безмассовой частицей (дираковская масса $\sim \bar{\nu}_L \nu_R$ не возникает из-за отсутствия в теории правостороннего нейтринного синглета, а появление майорановской массы $\sim \nu_L^T C \sigma_2 \nu_L$ запрещено $SU(2)_L$ -инвариантностью). СМ основана на $SU(2)_L \times U(1)_Y$ калибровочной группе. Однако это фиксирует только калибровочные бозоны модели, а хиггсовский и фермионный сектор остаются произвольными. Соответственно этому, модификации СМ, в которых нейтрино являются уже массивными частицами разбиваются на три класса:

- 1) модели с дополнительными лептонами;
- 2) модели с расширенным сектором Хиггса;
- 3) модели, включающие как новые лептоны, так и новые бозоны Хиггса.

А. Модели с дополнительными лептонами. В СМ все фермионы, исключая нейтрино, имеют правосторонние и левосторонние киральные проекции. Ликвидируем эту дискриминацию и введем правосторонние нейтральные поля N_{lR} ($l = e^-, \mu^-, \tau^-$). Подобно другим правосторонним полям они будут $SU(2)_L$ -синглетами. Тогда из уравнения

$$Q = I_{3L} + \frac{Y}{2}$$

следует, что для них $Y = 0$. Если условиться квантовые числа $SU(2)_L \times U(1)_Y$ группы обозначать цифрами в скобке, то N_{IR} имеет $(1,0)$. В силу того, что N_{IR} являются синглетами относительно полной группы $SU(2)_L \times U(1)_Y$, они не взаимодействуют с калибровочными бозонами. Однако N_{IR} входят в лагранжиан Юкавы, лептонная часть которого теперь принимает вид

$$-\mathcal{L}_Y = \sum_i h_{iI} \bar{\psi}_{iL} \Phi \psi_{iR} + \sum_{i,I'} h'_{iI'} \bar{\psi}_{iL} \Phi^c N_{I'R} + \text{conj.}, \quad (2.103)$$

где

$$\psi_{iL} = \begin{pmatrix} \nu_{iL} \\ l_{iL} \end{pmatrix},$$

за Φ обозначен хиггсовский дублет СМ. Это в свою очередь, обусловит не только появление массы нейтрино, но и приведет к взаимодействию нейтрино с физическим бозоном Хиггса.

Из (2.103) очевиден основной недостаток такого подхода — отсутствует объяснение колоссального различия (10^6 и выше) в величинах юкавских констант, определяющих массы заряженных лептонов ($h_{iI'}$) и нейтрино ($h'_{iI'}$).

Далее возможны два варианта в зависимости от того, желаем ли мы получить нейтрино дираковской или майорановской частицами. В случае дираковского нейтрино нам следует отождествить N_{IR} с правосторонней компонентой обычных нейтрино, т.е. $N_{IR} = \nu_{iR}$. После спонтанного нарушения симметрии, мы можем уже не учитывать те степени свободы Хиггсов, которые ушли на придание масс калибровочным бозонам, и для дублетов полей Хиггса использовать выражения

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \eta(x) + v \end{pmatrix}, \quad \Phi^c(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \eta(x) + v \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.104)$$

где $v/\sqrt{2} = 246$ ГэВ. Подстановка (2.104) в \mathcal{L}_Y редуцирует массовое слагаемое в свободном нейтринном лагранжиане $\mathcal{L}_0(x)$, который теперь имеет вид

$$\mathcal{L}_0(x) = \frac{i}{2} \sum_i [\bar{\nu}_{iL}(x) \gamma^\lambda \partial_\lambda \nu_{iL}(x) + \bar{\nu}_{iR}(x) \gamma^\lambda \partial_\lambda \nu_{iR}(x)] - \frac{1}{2} \sum_{i,I'} [\bar{\nu}_{iR}(x) M_{iI'} \nu_{iL}(x) + \bar{\nu}_{iL}(x) M_{iI'} \nu_{iR}(x)], \quad (2.105)$$

где массовая матрица нейтрино M в флейворном базисе

$$\nu_i(x) = \begin{pmatrix} \nu_e(x) \\ \nu_\mu(x) \\ \nu_\tau(x) \end{pmatrix} \quad (2.106)$$

определяется выражением

$$M = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} h'_{ee}v & h'_{e\mu}v & h'_{e\tau}v \\ h'_{\mu e}v & h'_{\mu\mu}v & h'_{\mu\tau}v \\ h'_{\tau e}v & h'_{\tau\mu}v & h'_{\tau\tau}v \end{pmatrix}. \quad (2.107)$$

В дальнейшем мы будем предполагать $h'_{iI'}$ равными h'_{iI} , что обеспечит нам $M = M^T$. Как мы видим массовая матрица во флейворном базисе не является диагональной и ответственными за это являются те юкавские константы, которые приводят к нарушению лептонного флейвора (ЛФ) на древесном уровне за счет взаимодействия

$$\mathcal{L}_{int}^\eta(x) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{i,I'} h_{iI'} \bar{\nu}_{iL}(x) N_{I'R}(x) \eta(x) + \text{conj.} \quad (2.108)$$

Матрица M может быть приведена к диагональной форме с помощью унитарного преобразования

$$U M U^{-1} = \text{diag}(m_1, m_2, m_3). \quad (2.109)$$

Это в свою очередь означает, что физическими состояниями, т.е. состояниями с определенным значением массы являются не $\nu_i(x)$, а $\nu_j(x)$ ($j = 1, 2, 3$)

$$\nu_j(x) = \sum_i U_{ji} \nu_i(x). \quad (2.110)$$

Уравнение (2.110) несколько настораживает и нам следует проверить — не вступили ли мы в конфликт с физической реальностью. Следуя хронологии явлений нейтрино экспериментаторам, вспомним наши определения этих частиц. Электронным нейтрино мы назвали частицу, возникающую в $\beta^{(+)}$ -распаде

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu_e, \quad (2.111)$$

мюонное нейтрино отождествили со спутником мюона в распадном канале π -мезона

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu, \quad (2.112)$$

а тау-лептонное нейтрино определили как частицу, присутствующую в трехлептонных каналах распада τ^- -лептона, как например,

$$\tau^- \rightarrow \nu_\tau + \mu^- + \bar{\nu}_\mu. \quad (2.113)$$

Можно унифицировать наши определения, связав их с какой нибудь одной нестабильной частицей в модах распада которой присутствуют все три известных нейтрино. Выберем в качестве таковой W -бозон. Тогда, электронным, мюонным или τ -лептонным нейтрино условимся называть

частицы, сопровождающие электрон, мюон или τ -лептон, соответственно, в распадах

$$W^+ \rightarrow \bar{l} + \nu_l. \quad (2.114)$$

При таких определениях совсем необязательно чтобы ν_e , ν_μ и ν_τ были физическими состояниями, т.е. обладали бы характеристиками частицы. Однако реакции (2.114) подчиняются законам сохранения, а это приводит к тому, что единственная поэтическая вольность, которую мы можем допустить состоит в том, что электронное, мюонное и тау-лептонное нейтрино не являются состояниями с определенным значением массы. Другими словами, эти нейтрино представляют собой смеси физических состояний ν_1 , ν_2 и ν_3 . Вспомним, что подобное смешивание мы уже встречали в кварковом секторе, где роль матрицы U играла матрица Кабиббо—Кобаяши—Маскавы. Однако в случае кварков перемешивались нижние члены дублетов по слабому изоспину, в то время как для лептонов в этом процессе участвуют верхние члены дублетов по слабому изоспину. Итак, для нейтрино флейворный базис (2.106) теряет статус физического, поскольку он не есть базис массовых состояний.

Для того чтобы сделать нейтрино майорановской частицей, мы должны предположить, что N_{iR} уже не является правосторонним партнером ν_{iL} , а есть некая другая частица. Тогда массовое слагаемое примет вид

$$-\mathcal{L}'_m = \frac{1}{2} \sum_{i,i'} M_{ii'} \bar{\nu}_{iL} N'_{i'R} + \text{conj.} \quad (2.115)$$

Поскольку N_{iR} инвариантно относительно $SU(2)_L \times U(1)_Y$ преобразований, то нейтринный лагранжиан может также содержать калибровочно инвариантную величину

$$-\mathcal{L}''_m = \frac{1}{2} \sum_{i,i'} F_{ii'} \bar{N}_{iR}^c N'_{i'R} + \text{conj.} \quad (2.116)$$

Разумеется ввод этого слагаемого приводит к нарушению $B-L$ симметрии. Однако в СМ это всего лишь глобальная симметрия и отказ от нее не повлечет никаких изменений в структуре СМ, кроме того, что $B-L$ перестанет быть сохраняющейся величиной.

Очевидно, что ничто не мешает нам помимо (2.116) также ввести в нейтринный лагранжиан слагаемое

$$\frac{1}{2} \sum_{i,i'} D_{ii'} \bar{\nu}_{iL}^c \nu'_{i'L} + \text{conj.} \quad (2.117)$$

О слагаемых (2.116) и (2.117) говорят как о массовых слагаемых в майорановском базисе. Нетрудно видеть, что массовая матрица ($F_{ii'}$ или $D_{ii'}$)

в майорановском базисе должна быть симметричной. Действительно, используя определение зарядов сопряженных спиноров, имеем

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \sum_{i,i'} F_{ii'} \bar{N}_{iL} N'_{i'R} &= \frac{1}{2} \sum_{i,i'} F_{ii'} [N_i^c]^T C P_R C \gamma_0 N_{i'}^* = \\ &= -\frac{1}{2} \sum_{i,i'} F_{ii'} N_i^\dagger \gamma_0 C^T P_R C^T N_{i'}^c = \frac{1}{2} \sum_{i,i'} F_{ii'} \bar{N}_{i'L} N_{i'R}^c = \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i,i'} F_{ii'} \bar{N}_{iL} N_{i'R}^c. \end{aligned} \quad (2.118)$$

При получении (2.118) мы учли антикоммутативность операторов нейтринного поля и соотношение

$$C^T \gamma_\mu C^T = -\gamma_\mu^T.$$

Полагая из соображений простоты $D_{ii'} = 0$, суммируя (2.116) и (2.117), а также используя тождество

$$\bar{\nu}_{aL} N_{bR} = \bar{N}_{bL}^c \nu_{aR}^c, \quad (2.119)$$

мы получаем следующее массовое слагаемое для нейтрино

$$-\mathcal{L}_m = \frac{1}{2} (\bar{\nu}_L, \bar{N}_L^c) \begin{pmatrix} 0 & M \\ M & F \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_R^c \\ N_R \end{pmatrix} + \text{conj.}, \quad (2.120)$$

где M и F — 3×3 матрицы, а ν_L и N_R — 3-компонентные матрицы столбцы. В случае одного поколения массовая матрица \mathcal{M} имеет вид

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} 0 & M \\ M & F \end{pmatrix}, \quad (2.121)$$

где M и F уже просто числа, которые мы выберем реальными и потребуем, из соображений простоты, $F > 0$. Вводя ортогональную матрицу O

$$O = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix},$$

($\tan 2\theta = 2M/F$), получаем

$$O \mathcal{M} O^T = \mathcal{M}' = \begin{pmatrix} -m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix}, \quad (2.122)$$

где

$$m_{1,2} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{F^2 + 4M^2} \mp F \right]. \quad (2.123)$$

Поскольку $m_{1,2} \geq 0$, то мы не можем интерпретировать состояния в базисе

$$\begin{pmatrix} \nu_R^c \\ N_R \end{pmatrix}' = O \begin{pmatrix} \nu_R^c \\ N_R \end{pmatrix}$$

как физические состояния. Выход кроется в переходе к базису, в котором фаза ν_R^c должна быть изменена на π . Перепишем матрицу M' в виде

$$M' = M_+ D, \quad (2.124)$$

где

$$M_+ = \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix}, \quad (2.125)$$

$$D = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.126)$$

Далее введем два вспомогательных состояния

$$\begin{pmatrix} \xi_{1L} \\ \xi_{2L} \end{pmatrix} = O \begin{pmatrix} \nu_L \\ N_L^c \end{pmatrix}, \quad (2.127)$$

$$\begin{pmatrix} \xi_{1R} \\ \xi_{2R} \end{pmatrix} = DO \begin{pmatrix} \nu_R^c \\ N_R \end{pmatrix}. \quad (2.128)$$

Тогда массовое слагаемое примет вид

$$-\mathcal{L}_{m_\nu} = m_1 \bar{\xi}_{1L} \xi_{1R} + m_2 \bar{\xi}_{2L} \xi_{2R} + \text{conj.} \quad (2.129)$$

Из определений (2.127) и (2.128) следует, что

$$\left. \begin{aligned} \xi_1 &= \xi_{1L} + \xi_{1R} = (\nu_L - \nu_R^c) \cos \theta - (N_L^c - N_R) \sin \theta, \\ \xi_2 &= \xi_{2L} + \xi_{2R} = (\nu_L + \nu_R^c) \sin \theta + (N_L^c + N_R) \cos \theta. \end{aligned} \right\} \quad (2.130)$$

Из полученных соотношений, без труда находим

$$\xi_1 = -\xi_1^c, \quad \xi_2 = \xi_2^c, \quad (2.131)$$

т. е. состояния ξ_1 и ξ_2 описывают майорановские частицы, фазы зарядового сопряжения у которых противоположны. Очевидно, что в случае трех поколений мы будем иметь уже шесть майорановских нейтрино.

Появление трех дополнительных частиц в лептонном секторе имеет и свои положительные стороны. Оно позволяет объяснить малость нейтринной массы по отношению к массам заряженных лептонов и кварков. Идея состоит в следующем. Вспомним как происходит превращение

энергии в процессе колебания математического маятника. В момент прохождения точки равновесия его кинетическая энергия максимальна, а потенциальная — равна нулю. По мере приближения к точке максимального отклонения от положения равновесия кинетическая энергия уменьшается, а потенциальная растет. Далее представим систему из двух частиц, где роль энергии будет играть масса. Тогда, чем тяжелее будет одна из частиц, тем более легкой окажется другая. С помощью дираковских спиноров $\nu_l(x)$ и $\bar{\nu}_l(x)$ в каждом поколении строятся два майорановских спиноров, которые сопоставляются двум нейтринным состояниям. Легкая частица отождествляется с обычным нейтрино (ν_l), в то время как для ее партнера используют термин тяжелое нейтрино (N_l). Для большей наглядности ограничимся однофлейворным приближением. Поскольку в массовой матрице величина M возникает за счет обычной связи с бозоном Хиггса, то естественно предположить, что она имеет тот же порядок как и масса заряженного лептона в этом поколении. Предположим, что за счет какой-то процедуры нам удалось добиться $F \gg m_l$. Тогда из (2.123) получим

$$m_1 \approx \frac{m_l^2}{F}, \quad m_2 \approx F.$$

Итак, массы легкого и тяжелого нейтрино связаны «see-saw» соотношением

$$m_{\nu_l} m_{N_l} = m_l^2, \quad (2.132)$$

которое и является ключом для объяснения малой массы ν_l нейтрино.

Однако проблема до конца не решена, поскольку отсутствует рецепт генерации большой массы для тяжелого нейтрино N . По современным астрофизическим оценкам

$$m_{\nu_e} + m_{\nu_\mu} + m_{\nu_\tau} < 0,94 \text{ эВ}. \quad (2.133)$$

Тогда, полагая, к примеру, $m_{\nu_\mu} \approx 0,5 \text{ эВ}$, мы для массы тяжелого мюонного нейтрино получаем

$$m_{N_\mu} \geq 2 \times 10^7 \text{ ГэВ},$$

что существенно выше слабой шкалы $\sim 10^2 \text{ ГэВ}$. Последовательное решение этой проблемы удается получить только в моделях с расширенной калибровочной группой, где имеется две шкалы нарушения исходной симметрии. Примером может быть модель, основанная на $SU(3)_L \times SU(3)_R \times U(1)_{B-L}$ калибровочной группе [8].

Б. Модели с расширенным сектором Хиггса. В таких моделях дополнительные лептоны отсутствуют и нейтринный сектор содержит две степени свободы, а именно ν_{lL} и ν_{lL}^c . С их помощью можно сконструировать массовое слагаемое только майорановского типа. В СМ источником масс частиц

является лагранжиан Юкавы. Первоначальная $SU(2)_L \times U(1)_Y$ -инвариантность теории обеспечивает сохранение $B - L$. Если после спонтанного нарушения симметрии в свободном нейтринном лагранжиане появляется массовое слагаемое майорановского типа, то в лагранжиане взаимодействия также должно присутствовать одно или несколько $B - L$ неинвариантных слагаемых. Последние описывают либо взаимодействие нейтрино с (физическими) бозонами Хиггса, либо взаимодействия между бозонами Хиггса. Следовательно, в этом случае бозоны Хиггса, индуцирующие массу нейтрино должны обладать ненулевым значением $B - L$. Теперь, чтобы построить $B - L$ -инвариантный лагранжиан Юкавы, нам следует установить фермионные билинейные комбинации с $B - L = C \neq 0$ и умножить их на волновые функции бозонов Хиггса у которых $B - L = -C$. Ниже мы приводим квантовые числа лептонных дублетов и синглетов в СМ

$$\begin{aligned} \psi_L = \begin{pmatrix} \nu_{lL} \\ l_L \end{pmatrix} & : (1/2, -1) \\ l_R & : (0, -2) \\ \psi_R^c = iC\gamma_0\tau_2\psi_L^* & : (1/2, 1) \\ l_L^c = C\gamma_0 l_R^* & : (0, 2). \end{aligned} \quad (2.134)$$

Заметим, что в третьей строке уравнения (2.134) мы выполнили сопряжение как по спинорному индексу ($\psi^c = C\gamma_0\psi^*$), так и по $SU(2)_L$ индексу ($\psi^c = i\tau_2\psi^*$). Из (2.134) следует, что мы можем сконструировать две лептонные билинейные комбинации с определенным значением $B - L$

$$\bar{\psi}_L\psi_R^c : (1/2, 1) \otimes (1/2, 1) = (0, 2) \oplus (1, 2), \quad (2.135)$$

$$\bar{l}_L l_R : (0, -2) \otimes (0, -2) = (0, -4). \quad (2.136)$$

Образовать с (2.135) и (2.136) $B - L$ инвариантные комбинации могут только следующие бозоны Хиггса [9]:

- 1) триплет Δ : $(1, -2)$;
- 2) однократно заряженный синглет $h^{(-)}$: $(0, -2)$;
- 3) двукратно заряженный синглет $H^{(--)}$: $(0, 4)$.

Рассмотрим в деталях все три возможности. В случае триплета полей Хиггса

$$\Delta = \begin{pmatrix} \Delta_0 \\ \Delta^{(-)} \\ \Delta^{(--)} \end{pmatrix}, \quad (2.137)$$

к лагранжиану Юкавы в СМ добавляется слагаемое

$$-\mathcal{L}_Y = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{i,j} f_{ij} \bar{\psi}_{iL} (\sigma \cdot \Delta) \psi_{jR}^c + \text{conj.} \quad (2.138)$$

Триплетные юкавские константы связи f_{ij} являются симметричными величинами. Чтобы убедиться в этом, выпишем в явном виде эрмитовски сопряженную величину из уравнения (2.138)

$$\frac{i}{\sqrt{2}} \sum_{i,j} f_{ij}^* \psi_{iL}^T C \tau_2 (\sigma \cdot \Delta^*) \psi_{jL}. \quad (2.139)$$

Очевидно, что поскольку фермионная билинейная комбинация состоит из двух дублетов (а не из дублета и ему сопряженного дублета), то она должна удовлетворять Ферми статистике. При этом свертка $SU(2)_L$ -индексов выполнена за счет умножения на симметричную матрицу $i\sigma_2\sigma$, а свертка спинорных индексов происходит при умножении на антисимметричную матрицу C . Оставшиеся индексы есть не что иное как флейворные индексы, следовательно они должны быть симметричными, т.е. $f_{ij} = f_{ji}$.

Предположим, что параметры потенциала Хиггса таковы, что минимум будет иметь место при условии

$$\langle \Phi_0 \rangle = \frac{v}{\sqrt{2}}, \quad \langle \Delta_0 \rangle = \frac{v_L}{\sqrt{2}}, \quad (2.140)$$

где v и v_L — вакуумные ожидания (ВО) нейтральных компонент дублета СМ Φ и триплета Δ соответственно. В результате спонтанного нарушения симметрии нейтрино приобретает массу, т.е.

$$-\mathcal{L}_m = \sum_{i,j} \bar{\nu}_{iL} M_{ij} \nu_{jR}^c + \text{conj.}, \quad (2.141)$$

где

$$M_{ij} = \frac{f_{ij} v_L}{\sqrt{2}}. \quad (2.142)$$

Заметим, что поскольку юкавские константы связи f_{ij} неизвестны, то мы не можем сказать что-нибудь определенное о массах и углах смешивания нейтрино. Однако достоинством этой модели является то, что она содержит в себе условие, согласно которому массы нейтрино должны быть много меньшими масс заряженных лептонов. Для того чтобы сделать это очевидным, вспомним определение параметра ρ

$$\rho = \frac{m_W^2}{m_Z^2 \cos^2 \theta_W}. \quad (2.143)$$

Величина ρ накладывает ограничения на возможный выбор мультиплетов полей Хиггса. Действительно, поскольку Δ_0 -бозон связан в калибровочными бозонами W и Z , то имеется вклад от вакуумного ожидания v_L

в m_W и m_Z

$$m_W^2 = \frac{g^2}{4}(v^2 + 2v_L^2), \quad m_Z^2 = \frac{g^2 + g'^2}{4}(v^2 + 4v_L^2). \quad (2.144)$$

Из формул (2.143) и (2.144) следует, что

$$\rho = \frac{1 + 2x}{1 + 4x}, \quad (2.145)$$

где $x = v^2/v_L^2$. В случае произвольного числа мультиплетов полей Хиггса формула (2.145) приобретает вид [10]

$$\rho = \frac{\sum_i [T_L^i(T_L^i + 1) - (T_{3L}^i)^2] |\lambda_i|^2}{2 \sum_i (T_{3L}^i)^2 |\lambda_i|^2}, \quad (2.146)$$

где λ_i — ВО электрически нейтрального члена i -го мультиплета. Поскольку эксперименты дают для ρ значение

$$\rho = 1,0107 \pm 0,0006, \quad (2.147)$$

то $v_L \ll v$. Итак, в схеме в триплетом полей Хиггса мы имеем естественное объяснение малости нейтринной массы.

Среди экзотических явлений данной модификации СМ отметим предсказание процессов с нарушением $B - L$ на две единицы и существование двукратно заряженных физических бозонов Хиггса.

Модель с однократно заряженным скалярным синглетом $h^{(-)}$ (модель Зи) была предложена в работе [11]. Здесь нейтринная масса обусловлена исключительно радиационными поправками. Лептонная часть лагранжиана Юкавы, которая в этом случае имеет вид

$$-\mathcal{L}_Y = \sum_i h_{iI} \bar{\psi}_{iL} \Phi \psi_{iR} + \sum_{i,i'} f_{ii'} \bar{\psi}_{iL} \psi_{i'R}^c h^{(-)} + \text{conj.}, \quad (2.148)$$

не может приводить к возникновению массы нейтрино. Причина очевидна, $h^{(-)}$ имеет электрический заряд и отличное от нуля ВО у этого бозона Хиггса будет приводить к спонтанному нарушению $U(1)_Q$ -симметрии. Поскольку части лагранжиана, содержащие кинетическую энергию и калибровочное взаимодействие не могут нарушать никаких $U(1)$ квантовых чисел, то на роль источника, генерирующего взаимодействие с несохранением $B - L$ может претендовать только потенциал Хиггса V_X . Однако, если в теории кроме $h^{(-)}$ содержится только дублет СМ, то невозможно ввести в V_X какие-либо слагаемые, которые привели бы к спонтанному нарушению $B - L$. Для исправления ситуации в сектор Хиггса следует добавить дублет Φ' с точно такими же квантовыми числами как и дублет

СМ, т.е. с $(1/2, 1)$. Таким образом, Φ' обладает нулевым значением $B - L$. Тогда в потенциал Хиггса можно ввести $B - L$ неинвариантное слагаемое

$$i\mu \Phi^T \sigma_2 \Phi' h^{(-)} + \text{conj.} \quad (2.149)$$

Подчеркнем, что из одного скалярного дублета и скалярного синглета образовать подобную величину невозможно, так как $i\Phi^T \sigma_2 \Phi$ оказывается равным нулю.

После спонтанного нарушения симметрии мы имеем четыре физических однократно заряженных бозонов Хиггса $S_1^{(\pm)}$ и $S_2^{(\pm)}$. Они представляют собой линейные комбинации скаляров $h^{(\pm)}$, $\Phi^{(\pm)}$ и $\Phi^{(\pm)'}$ и, следовательно, не являются состояниями с определенным значением квантового числа $B - L$. $S_1^{(+)}$ и $S_2^{(+)}$ -бозоны будут индуцировать майорановскую массу нейтрино уже на однопетлевом уровне (рис. 2.1).

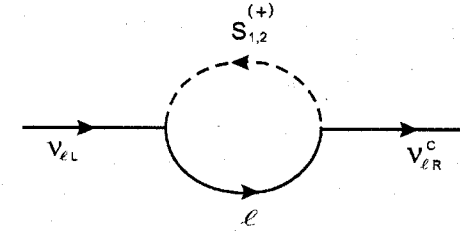


Рис. 2.1. Диаграммы, индуцирующие массу нейтрино на одно-петлевом уровне

Подчеркнем, что диаграммы рис. 2.1 не содержат расходимостей, в то время как в теории с затравочной нейтринной массой, они содержали бы логарифмическую и линейную расходимости. В перенормируемой теории логарифмическая расходимость поглощалась бы перенормировкой массы, а линейная расходимость, благодаря тождеству Уорда, сокращалась с расходимостью в вершинной диаграмме.

Если предположить, что только один из скалярных дублетов связан с лептонами, то вычисления приводят к следующей массовой матрице нейтрино [12]

$$M_{ii'} = A f_{ii'} (m_i^2 - m_{i'}^2), \quad (2.150)$$

где A — постоянная величина. Так как $f_{ii'} = -f_{i'i}$ (это следует из выражения (2.148)), то матрица $M_{ii'}$ симметрична.

Основное преимущество рассматриваемой модели заключается в том, что она предсказывает связь между параметрами нейтринного сектора. Покажем, что это действительно так. Введем обозначения

$$\tan \alpha = \frac{f_{\mu\tau}}{f_{e\tau}} \left(1 - \frac{m_\mu^2}{m_\tau^2} \right), \quad \beta = \frac{f_{e\mu} m_\mu^2}{f_{e\tau} m_\tau^2} \cos \alpha. \quad (2.151)$$

Положим $m_e = 0$. Тогда массовая матрица нейтрино в базисе

$$\psi^T = (\nu_e^T, \nu_\mu^T, \nu_\tau^T)$$

примет вид

$$M = m_0 \begin{pmatrix} 0 & \beta & \cos \alpha \\ \beta & 0 & \sin \alpha \\ \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.152)$$

где $m_0 = Am_\tau^2 f_{\tau e} / \cos \alpha$. Вполне разумно предположить, что $\beta \ll 1$. Выполняя диагонализацию массовой матрицы (2.152) и, ограничиваясь первым порядком по β , получаем

$$M' = m_0 \text{diag} \left[-\beta \sin 2\alpha, \frac{\beta \sin 2\alpha - 2}{2}, \frac{\beta \sin 2\alpha + 2}{2} \right]. \quad (2.153)$$

Снова, для того чтобы поменять знак у отрицательного собственного значения m_2 , нам следует изменить фазу на π у волновой функции ν_2 . Подобную операцию мы уже выполняли ранее с помощью матрицы D . Если вдруг окажется, что и m_1 отрицательно, то аналогичное изменение фазы у волновой функции ν_1 исправит положение дел. Из уравнения (2.153) следует, что

$$m_2 \approx m_3 \gg m_1. \quad (2.154)$$

В. Модели с двумя хиггсовскими дублетами. В качестве типичного представителя модификаций СМ, включающих как новые лептоны, так и новые бозоны Хиггса рассмотрим модели с двумя хиггсовскими дублетами (2ХДМ). Впервые модель, основанная на калибровочной группе $SU(2)_L \times U(1)_Y$ с двумя дублетами полей Хиггса Φ_j : $(1/2, 1)$ ($j = 1, 2$), была предложена в работе [13]. Существует два класса 2ХДМ в зависимости от того нарушается или сохраняется фермионный флейвор (ФФ) на древесном уровне. Лагранжиан Юкавы и потенциал Хиггса в 2ХДМ1 и 2ХДМ2 обладают дополнительной дискретной симметрией [14], которая обеспечивает сохранение ФФ. В 2ХДМ1 появление масс у фермионов, соответствующих верхним и нижним компонентам дублетов, обусловлено ВО одного из дублетов полей Хиггса. В 2ХДМ2 генерация массы у верхних и у нижних фермионов происходит от ВО Φ_1 и Φ_2 , соответственно. Модель, не обладающая дискретной симметрией, препятствующей нарушению ФФ на древесном уровне, получила название 2ХДМ3 или общей 2ХДМ (О2ХДМ). Следует напомнить, что ненулевые недиагональные юкавские константы связи (ЮКС) приводят, с одной стороны, к существованию токов, нарушающих лептонный флейвор, а с другой стороны, именно они ответственны за смешивание в нейтринном секторе.

В 2ХДМ в качестве новых фермионов фигурируют правосторонние нейтрино ν_{lR} . Вводятся они только в лагранжиан Юкавы. Очевидно, что нейтрино в этих моделях являются дираковскими частицами. 2ХДМ также представляют собой пример моделей в которых существует связь между параметрами нейтринных осцилляций и параметрами сектора Хиггса. Продemonстрируем это в явном виде для О2ХДМ.

Лагранжиан Юкавы в О2ХДМ определяется выражением

$$-\mathcal{L}_Y = \sum_{i,j'} (h_{i'l'}^u \bar{\Psi}_{iL} \tilde{\Phi}_1 \nu_{l'R} + h_{i'l'}^d \bar{\Psi}_{iL} \Phi_1 l_{l'R}' + h_{i'l'}^u \bar{\Psi}_{iL} \tilde{\Phi}_2 \nu_{l'R} + h_{i'l'}^d \bar{\Psi}_{iL} \Phi_2 l_{l'R}') + \text{conj.}, \quad (2.155)$$

где $\tilde{\Phi}_{1,2} = i\sigma_2 \Phi_{1,2}^*$. Для потенциала Хиггса мы используем выражение, которое не приводит к спонтанному нарушению \mathcal{CP} -инвариантности [15]

$$V_X = -\mu_1^2 x_1 - \mu_2^2 x_2 + \lambda_1^2 x_1^2 + \lambda_2^2 x_2^2 + \lambda_3^2 x_3^2 + \lambda_4^2 x_4^2 + \lambda_5^2 x_1 x_2, \quad (2.156)$$

где мы ввели обозначения

$$x_1 = \Phi_1^\dagger \Phi_1, \quad x_2 = \Phi_2^\dagger \Phi_2, \quad x_3 = \text{Re} \{ \Phi_1^\dagger \Phi_2 \}, \quad x_4 = \text{Im} \{ \Phi_1^\dagger \Phi_2 \}.$$

Минимум потенциала реализуется при выполнении

$$\Phi_j = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_j \end{pmatrix},$$

где

$$v_1^2 + v_2^2 = v^2 = (246 \text{ ГэВ})^2.$$

Далее из соображений простоты ограничимся двухфлейворным приближением. Тогда после спонтанного нарушения симметрии массовая матрица нейтрино в флейворном базисе приобретает вид

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} (h_{ee}^u v_1 + h_{ee}^u v_2)/\sqrt{2} & (h_{eX}^u v_1 + h_{eX}^u v_2)/\sqrt{2} \\ (h_{eX}^u v_1 + h_{eX}^u v_2)/\sqrt{2} & (h_{XX}^u v_1 + h_{XX}^u v_2)/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad (2.157)$$

где $X = \mu, \tau$. Тогда, из соотношения

$$O M O^T = \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix}, \quad (2.158)$$

следует связь

$$\begin{aligned} (h_{ee}^u v_1 + h_{ee}^u v_2)/\sqrt{2} &= m_1 c_\theta^2 + m_2 s_\theta^2, \\ (h_{eX}^u v_1 + h_{eX}^u v_2)/\sqrt{2} &= m_1 s_\theta^2 + m_2 c_\theta^2, \\ (h_{eX}^u v_1 + h_{eX}^u v_2)/\sqrt{2} &= c_\theta s_\theta (m_1 - m_2), \end{aligned} \quad (2.159)$$

где θ — угол осцилляции нейтрино.

После спонтанного нарушения симметрии в теории возникают также массовые матрицы бозонов Хиггса. Диагонализация последних позволяет установить спектр физических бозонов Хиггса. Итак, мы имеем: два нейтральных \mathcal{CP} -четных скаляра

$$\begin{pmatrix} H \\ h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_\alpha & s_\alpha \\ -s_\alpha & c_\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi_1^{0r} \\ \Phi_2^{0r} \end{pmatrix},$$

один нейтральный \mathcal{CP} -нечетный скаляр

$$A = -s_\beta \Phi_1^{0i} + c_\beta \Phi_2^{0i},$$

и два однократно заряженных скаляра

$$h^{(\pm)} = -s_\beta \Phi_1^\pm + c_\beta \Phi_2^\pm,$$

где

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{v_1 v_2 (\lambda_3 + \lambda_5)}{\lambda_2 v_2^2 - \lambda_1 v_1^2}, \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{v_2}{v_1},$$

верхний индекс r (i) обозначает реальную (мнимую) часть соответствующей величины. Заметим, что спектры физических бозонов Хиггса в 2ХДМ и минимальной суперсимметричной стандартной модели (МССМ) полностью совпадают.

Из лагранжиана Юкавы, выполнив переход от калибровочного базиса к базису состояний с определенной массой, получаем лагранжианы взаимодействия физических бозонов Хиггса с лептонами

$$\mathcal{L}_{h^{(\pm)}} = -\sqrt{2}v^{-1} \operatorname{tg} \beta \sum_i m_i \bar{\nu}_{iL} l_R h^{(+)} + \sum_{i,l'} \kappa_{il'} \bar{\nu}_{iL} l'_R h^{(+)} + \text{conj.}, \quad (2.160)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{H,h,A} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{i,l'} \{ & \bar{l}_L l'_R [(h_{il'}^d c_\alpha + h_{il'}^d s_\alpha) H + (h_{il'}^d c_\alpha - h_{il'}^d s_\alpha) h + \\ & + i(h_{il'}^d c_\beta - h_{il'}^d s_\beta) A] + (l \rightarrow \nu, d \rightarrow u) + \text{conj.} \}, \end{aligned} \quad (2.161)$$

где $\kappa_{il'} = h_{il'}^d c_\beta^{-1} + h_{il'}^u s_\beta - h_{il'}^n c_\beta$.

Из (2.159)–(2.161) можно сделать вывод, что в О2ХДМ параметры нейтринных осцилляций могут быть измерены косвенными методами в экспериментах на ускорителях. При этом полный комплекс экспериментов должен включать в себя и эксперименты с нейтринными пучками либо в начальном, либо в конечном состояниях.

2.5. Нейтрино в теории Дирака и Майораны

Если нейтрино является майорановской частицей, то в некоторых процессах с участием нейтрино будет нарушаться закон сохранения леп-

тонного заряда. Вспомним, что закон сохранения лептонного заряда был введен не только для успешного разделения частиц на лептоны и барионы. Он был также призван объяснить причины, по которым при взаимодействии нейтрино с веществом реакции

$$\nu_l + (A, Z) \rightarrow l + (A, Z + 1), \quad (2.162)$$

где $l = e^-, \mu^-, \tau^-$, были разрешены, в то время как реакции

$$\bar{\nu}_l + (A, Z) \rightarrow l + (A, Z + 1) \quad (2.163)$$

оказывались запрещенными. Приписав лептонам (ν_l и l) лептонный заряд L равный +1 и антилептонам ($\bar{\nu}_l$ и \bar{l}) $L = -1$, а также предполагая

$$\sum_i L_i = \text{const.}$$

мы решали эту проблему без каких либо затруднений. При этом ν_l и $\bar{\nu}_l$ представляли собой частицу и античастицу соответственно, каждая из которых могла находиться в двух состояниях с различным значением спиральности. При таком подходе нейтрино считается дираковской частицей.

Однако, такая трактовка действительности не является единственно возможной. Мы можем найти объяснение и в специфике взаимодействия нейтрино с веществом. Предположим, что \mathcal{P} -неинвариантное слабое взаимодействие устроено таким образом, что каждое правостороннее нейтрино при взаимодействии с веществом рождает \bar{l} , а левостороннее нейтрино — l . В СМ лагранжиан взаимодействия нейтрино с веществом (2.59) имеет именно эту форму. При таком лагранжиане нам совершенно необязательно наделять нейтрино каким либо новым квантовым числом. Ничто также не мешает нам предположить, что нейтрино является истинно нейтральной частицей, т.е. ν_l и $\bar{\nu}_l$ это просто два состояния одной частицы с различным значением спиральности. Лептонное число для таких нейтрино равно нулю и мы говорим про них, как о частицах обладающих майорановской природой.

Если $m_\nu = 0$, то, согласно лагранжиану (2.59), дираковское нейтрино представляет собой лево поляризованную частицу, а антинейтрино — частицу с правой поляризацией. Убедиться в справедливости этого утверждения нетрудно. Рождающееся нейтрино описывается биспинором $\bar{u}^{(a)}(\mathbf{p})$, за которым стоит множитель $(1 - \gamma_5)$. В безмассовом случае биспинор $u^{(a)}(\mathbf{p})$ является собственной функцией оператора киральности, который в свою очередь совпадает с оператором спиральности. Принимая во внимание тождество

$$\bar{u}^{(a)}(\mathbf{p})(1 - \gamma_5) = u^{(a)\dagger}(\mathbf{p})(1 + \gamma_5)\gamma_0 = [\gamma_0(1 + \gamma_5)u^{(a)}(\mathbf{p})]^\dagger,$$

приходим к выводу об отрицательном значении спиральности нейтрино. Рождению антинейтрино будет соответствовать множитель в матричном элементе $(1 + \gamma_5)v^{(\alpha)}(\mathbf{p})$. Поскольку для античастиц оператор $(1 + \gamma_5)$ проецирует состояния со спином ориентированным по направлению движения, то рожденное антинейтрино оказывается правополяризованным.

Включение массы приводит к возникновению у нейтрино (антинейтрино) правосторонней (левосторонней) спиральности. Причина, по которой мы не замечали этих компонент, скажем, в β -распадных явлениях, кроется в чрезвычайно малой величине массы нейтрино. Так, полагая $m/E \ll 1$ и используя для операторной волновой функции нейтрино разложение

$$\nu^D(x) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3p \sqrt{\frac{m}{E_p}} \sum_{\alpha=\pm} [a_{\alpha}(\mathbf{p}) u^{(\alpha)}(\mathbf{p}) e^{-ipx} + b_{\alpha}^{\dagger}(\mathbf{p}) v_m^{(\alpha)}(\mathbf{p}) e^{ipx}],$$

для биспинора $u^{(\alpha)}(\mathbf{p})$ получаем

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{m}{E}} u^{(\alpha)}(\mathbf{p}) &= \sqrt{\frac{E+m}{2E}} \left(\sqrt{\frac{E-m}{E+m}} (\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma}) \zeta^{\alpha} \right) \approx \\ &\approx \sqrt{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} \zeta^{\alpha} \\ \alpha \zeta^{\alpha} \end{pmatrix} + \frac{m}{2\sqrt{2}E} \begin{pmatrix} \zeta^{\alpha} \\ -\alpha \zeta^{\alpha} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.164)$$

Положим $\alpha = -1$ и подействуем оператором P_R на (2.164). Тогда первое слагаемое в левой части, как и следовало ожидать, обратится в нуль, в то время как вклад от второго слагаемого имеет вид

$$\frac{m}{4\sqrt{2}E} \begin{pmatrix} \zeta^{-} \\ \zeta^{-} \end{pmatrix}.$$

Полученное соотношение означает, что амплитуда «неправильной» (правосторонней) спиральности нейтрино пропорциональна m/E . Аналогично можно показать, что для антинейтрино, возникающая при учете массы лево поляризованная компонента также $\sim m/E$. Итак, в процессах, описываемых лагранжианом (2.59), ультрарелятивистские нейтрино рождаются преимущественно в состоянии с левой спиральностью, в то время как при рождении антинейтрино преимущественная спиральность — правая. Подчеркнем, что этот характер спиральностей справедлив и для случая майорановских нейтрино.

На первый взгляд кажется, что установить является ли нейтрино майорановской или дираковской частицей нетрудно. Для этого достаточно создать пучок, скажем, левосторонних нейтрино ν_l . Далее, за счет

какого либо механизма перевернуть спиральности нейтрино и направить эти правосторонние нейтрино на мишень. Если при взаимодействии с мишенью будут детектироваться и процессы (2.163), то нейтрино имеет майорановскую природу, если же нет, то нейтрино дираковская частица. К сожалению, при современной технологии подобные эксперименты можно отнести пока только к разряду мысленных.

Однако у нас имеется огромное количество других экспериментов с участием нейтрино. Выясним причины по которым нам до сих пор не удается установить природу нейтрино. В качестве примера изучим реакцию

$$\nu_l + l \rightarrow \nu_l + l, \quad (2.165)$$

фeyнмановская диаграмма для которой изображена на рис. 2.2, где штриховая линия описывает распространение виртуального Z -бозона.

Соответствующий матричный элемент дается выражением

$$\mathcal{M}_{\nu_l l \rightarrow \nu_l l} = \langle l_f; \nu_f | \mathcal{A} | l_i; \nu_i \rangle, \quad (2.166)$$

где

$$\mathcal{A} = \frac{g^2}{16 \cos^2 \theta_W} \bar{\nu}_l(x) \gamma^{\mu} (1 + \gamma_5) \nu_l(x) D_{\mu\nu}^c(x-y) \bar{l}(y) \gamma^{\nu} [4 \sin^2 \theta_W - 1 - \gamma_5] l(y), \quad (2.167)$$

$$|l_i; \nu_i\rangle = a_{\alpha_i}^{\dagger}(\mathbf{p}_{\nu_i}) a_{\alpha_l}^{\dagger}(\mathbf{p}_{l_i}) |0\rangle, \quad |l_f; \nu_f\rangle = a_{\alpha_f}^{\dagger}(\mathbf{p}_{\nu_f}) a_{\alpha_l}^{\dagger}(\mathbf{p}_{l_f}) |0\rangle.$$

$D_{\mu\nu}^c(x)$ — пропагатор Z -бозона

$$D_{\mu\nu}^c(x) = \left(g_{\mu\nu} + \frac{\partial_{\mu} \partial_{\nu}}{m_Z^2} \right) \Delta^c(x), \quad \Delta^c(x) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4p \frac{e^{-ipx}}{m_Z^2 - p^2 - i\epsilon}.$$

При записи (2.167) мы учли форму лагранжиана, описывающего взаимодействие заряженных лептонов с Z -бозонами

$$\mathcal{L} = \frac{g}{4 \cos \theta_W} \bar{l}(x) \gamma^{\mu} [4 \sin^2 \theta_W - 1 - \gamma_5] l(x) Z_{\mu}(x). \quad (2.168)$$

Интерес для нас в матричном элементе (2.167) представляет только часть, связанная с нейтринным током

$$J_{\mu} \equiv \langle l_f; \nu_f | j_{\mu} | l_i; \nu_i \rangle = \langle l_f; \nu_f | \bar{\nu}_l(x) \gamma_{\mu} (1 + \gamma_5) \nu_l(x) | l_i; \nu_i \rangle. \quad (2.169)$$

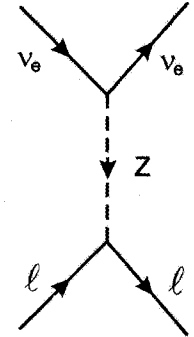


Рис. 2.2. Диаграмма Фейнмана для процесса $\nu_l + l \rightarrow \nu_l + l$

Сначала покажем, что для майорановского нейтрино векторная часть нейтринного тока j_μ^M обращается в ноль. С этой целью рассмотрим величину $\bar{\nu}_i^c(x)\gamma_\mu\nu_i^c(x)$. Учитывая поведение γ -матриц при зарядовом сопряжении и факт антикоммутации операторных полевых функций, находим

$$\begin{aligned}\bar{\nu}_i^c(x)\gamma_\mu\nu_i^c(x) &= \nu_i^T(x)\gamma_\mu^T\bar{\nu}_i^T(x) = \\ &= (\nu_i)_\alpha(\gamma_\mu)_{\beta\alpha}(\bar{\nu}_i)_\beta = -(\bar{\nu}_i)_\beta(\gamma_\mu)_{\beta\alpha}(\nu_i)_\alpha.\end{aligned}\quad (2.170)$$

С другой стороны, благодаря условию Майораны имеем

$$\bar{\nu}_i^c(x)\gamma_\mu\nu_i^c(x) = \bar{\nu}_i(x)\gamma_\mu\nu_i(x), \quad (2.171)$$

что при сравнении с (2.170) приводит к выводу равенству

$$\bar{\nu}_i(x)\gamma_\mu\nu_i(x) = 0. \quad (2.172)$$

Подставляя в (2.169) разложения операторных полевых функций (2.72) и учитывая антикоммутационные соотношения

$$\{a_\pm(\mathbf{p}), a_\pm^\dagger(\mathbf{p}')\} = \delta^{(3)}(\mathbf{p} - \mathbf{p}'), \quad (2.173)$$

получаем

$$(J_\mu^M)_{if} = \bar{u}^{(\alpha_f)}(\mathbf{p}_f)\gamma_\mu\gamma_5 u^{(\alpha_i)}(\mathbf{p}_i) - \bar{v}^{(\alpha_i)}(\mathbf{p}_i)\gamma_\mu\gamma_5 v^{(\alpha_f)}(\mathbf{p}_f). \quad (2.174)$$

Так как

$$v^{(\alpha)}(\mathbf{p}) = (u^{(\alpha)}(\mathbf{p}))^c = C\bar{u}^{(\alpha)T}(\mathbf{p}), \quad (2.175)$$

то

$$\bar{v}^{(\alpha)}(\mathbf{p}) = -u^{(\alpha)T}(\mathbf{p})C^{-1}.$$

Тогда последнее слагаемое в правой части (2.174) может быть переписано в виде

$$\begin{aligned}\bar{v}^{(\alpha_i)}(\mathbf{p}_i)\gamma_\mu\gamma_5 v^{(\alpha_f)}(\mathbf{p}_f) &= -u^{(\alpha_i)T}(\mathbf{p}_i)C^{-1}\gamma_\mu\gamma_5 C\bar{u}^{(\alpha_f)T}(\mathbf{p}_f) = \\ &= -u^{(\alpha_i)T}(\mathbf{p}_i)(\gamma_\mu\gamma_5)^T\bar{u}^{(\alpha_f)T}(\mathbf{p}_f) = -\bar{u}^{(\alpha_f)}(\mathbf{p}_f)\gamma_\mu\gamma_5 u^{(\alpha_i)}(\mathbf{p}_i),\end{aligned}$$

что дает окончательно

$$(J_\mu^M)_{if} = 2\bar{u}^{(\alpha_f)}(\mathbf{p}_f)\gamma_\mu\gamma_5 u^{(\alpha_i)}(\mathbf{p}_i). \quad (2.176)$$

Проведя аналогичные вычисления для случая дираковского нейтрино, получаем

$$(J_\mu^D)_{if} = \bar{u}^{(\alpha_f)}(\mathbf{p}_f)\gamma_\mu(1 + \gamma_5)u^{(\alpha_i)}(\mathbf{p}_i). \quad (2.177)$$

В ультрарелятивистском случае как начальное, так и конечное нейтрино являются преимущественно левополяризованными, т. е. имеет место соотношение

$$\gamma_5 u^{(-)}(\mathbf{p}) \approx u^{(-)}(\mathbf{p}) + O\left(\frac{m}{2E}\right)$$

(то же самое справедливо и для майорановских нейтрино). Тогда, при $m/E \rightarrow 0$ для дираковского тока имеем

$$\bar{u}^{(\alpha_f)}(\mathbf{p}_f)\gamma_\mu(1 + \gamma_5)u^{(\alpha_i)}(\mathbf{p}_i) \longrightarrow 2\bar{u}^{(\alpha_f)}(\mathbf{p}_f)\gamma_\mu\gamma_5 u^{(\alpha_i)}(\mathbf{p}_i), \quad (2.178)$$

что позволяет заключить

$$(J_\mu^D)_{if} \approx (J_\mu^M)_{if}. \quad (2.179)$$

Снова мы видим, что величина эффекта, позволяющего отличить майорановское нейтрино от дираковского полностью определяется значением массы нейтрино. Другими словами, в экспериментах с реальными нейтрино шансы на установление природы нейтрино растут при уменьшении энергии. Результат (2.179) справедлив не только для процессов с обменами виртуальными Z -бозонами, он также сохраняет свою силу и для процессов с обменами виртуальными W -бозонами. Для доказательства этого утверждения достаточно амплитуду процесса с заряженными токами представить в виде произведения двух токов, один из которых представляет собой нейтринный ток вида (2.174). Это всегда может быть достигнуто при помощи преобразования Фирца

$$(\bar{u}_a Q^\mu u_b)(\bar{\nu}_c Q_\mu u_d) = -(\bar{u}_a Q^\mu u_d)(\bar{\nu}_c Q_\mu u_b),$$

где $Q_\mu = \gamma_\mu(1 + \gamma_5)$.

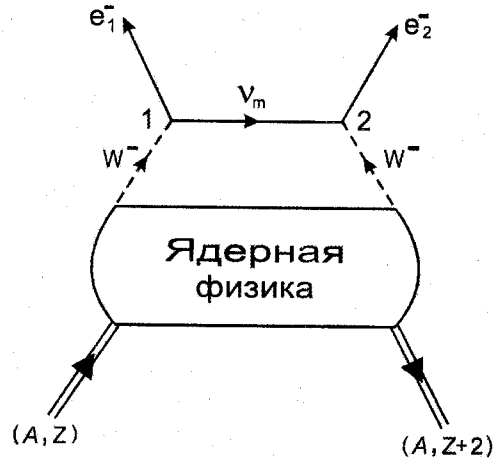
Если процессы с реальными нейтрино не в состоянии разрешить дилемму с природой нейтрино, то следует обратиться к реакциям, содержащим виртуальные нейтрино. Одним из таких примеров является процесс $0\nu 2\beta$, диаграмма для которого изображена на рис. 2.3.

Излучение двух W -бозонов начальным ядром описывается матричным элементом, который вычисляется в рамках физики ядра. Последующее рождение электронной пары через обмен виртуальным нейтрино уже есть сфера деятельности физики элементарных частиц. Будем основывать наши дальнейшие рассуждения на СМ, т. е. в теории присутствуют только левосторонние заряженные токи. Тогда форма лагранжиана (2.59) диктует нам, что нейтрино, излучаемое в вершине 1, выглядит как $\bar{\nu}$, в то время как нейтрино, поглощаемое в вершине 2, выглядит как ν . Следовательно, процесс идет только в том случае, когда $\bar{\nu}$ и ν тождественные частицы. Другими словами для дираковских нейтрино он запрещен, а для майорановских нейтрино — разрешен.

Составной частью диаграммы на рис. 2.3 является диаграмма, соответствующая подпроцессу

$$W^{*-}W^{*-} \rightarrow e^- + e^-, \quad (2.180)$$

где W^* обозначает виртуальный W -бозон. Подчеркнем, что процесс (2.180) сам по себе самостоятельного интереса не представляет, однако, обращен-

Рис. 2.3. Диаграмма для двойного безнейтринного β -распада

ный по времени процесс

$$e^- + e^- \rightarrow W^- + W^-, \quad (2.181)$$

получивший название обратного двойного безнейтринного бета распада является источником постоянного интереса и будет изучаться на электрон-позитронных коллайдерах следующего поколения (например, Next Linear Collider — NLC), работающих в e^-e^- режиме. Подобный процесс, также свидетельствующий о майорановской природе нейтрино,

$$\mu^- + \mu^- \rightarrow W^- + W^- \quad (2.182)$$

планируется к исследованию на мюонных коллайдерах FMC (First Muon Collider) и NMC (Next Muon Collider).

Покажем, что и в случае $0\nu 2\beta$ величина эффекта определяется массой нейтрино. Нейтрино, входящие в лагранжиан (2.59) принадлежат к определенному лептонному семейству, т.е. заданы во флейворном базисе. С помощью соотношения (2.110) перейдем от флейворного базиса к базису состояний с определенными массами. Поскольку матрица U представляет собой произведение трех матриц поворотов в плоскостях $[e\mu]$, $[e\tau]$ и $[\mu\tau]$, а преобразования поворотов образуют некоммутативную группу, то существует шесть возможностей параметризации матрицы U . Наш выбор будет следующий

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{\mu\tau} & s_{\mu\tau} \\ 0 & -s_{\mu\tau} & c_{\mu\tau} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{e\tau} & 0 & s_{e\tau} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{e\tau} & 0 & c_{e\tau} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{e\mu} & s_{e\mu} & 0 \\ -s_{e\mu} & c_{e\mu} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

где $c_{ll'} = \cos \theta_{ll'}$, $s_{ll'} = \sin \theta_{ll'}$, $\theta_{ll'}$ — углы смешивания между ν_l - и $\nu_{l'}$ -состояниями в вакууме.

Матричный элемент реакции (2.181) дается выражением

$$\mathcal{M}_{W^-W^- \rightarrow e^-e^-} \equiv \langle e_1^-; e_2^- | \mathcal{A} | W_1^-; W_2^- \rangle,$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= \frac{g^2}{8} \bar{e}(x) \gamma_\mu (1 + \gamma_5) U_{ej} \nu_j^s(x) W^\mu(x) \bar{e}(y) \gamma_\sigma (1 + \gamma_5) U_{ej'} \nu_{j'}^s(y) W^\sigma(y) = \\ &= \frac{g^2}{8} W^\mu(x) W^\sigma(y) \bar{L}_{\mu\sigma}^{(ev)}, \end{aligned} \quad (2.183)$$

где верхний индекс s означает хронологическое спаривание или свертку операторов. Подчеркнем, что в (2.183) отличны от нуля только свертки между операторами нейтринного поля, соответствующими состояниям с одной и той же массой, т.е. с $j' = j$

$$\nu_j^s(y) \nu_j^s(x) = \langle 0 | T(\nu_j(y) \nu_j(x)) | 0 \rangle, \quad (2.184)$$

где символом T обозначено хронологическое произведение операторов. Для (2.184) можно было бы сразу использовать выражение (2.71). Однако, трудно удержаться от искушения и не продемонстрировать ловкий трюк, позволяющий сводить подобные величины к вычислению пропагаторов дираковских частиц [16]. Итак, задача заключается в переходе от $\langle 0 | T(\nu_j(y) \nu_j(x)) | 0 \rangle$ к $\langle 0 | T(\nu_j(y) \bar{\nu}_j(x)) | 0 \rangle$. Это можно осуществить с помощью операции зарядового сопряжения и условия Майораны. Несложные вычисления дают

$$\begin{aligned} \bar{e} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu_j &= (\bar{e}^c)^c \gamma_\mu (1 + \gamma_5) (\nu_j^c)^c = -(e^c)^T C^{-1} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) C (\bar{\nu}_j^c)^T = \\ &= -(e^c)^T [-\gamma_\mu (1 - \gamma_5)]^T (\bar{\nu}_j^c)^T = -\bar{\nu}_j^c \gamma_\mu (1 - \gamma_5) e^c = \\ &= -\lambda_{\odot j} \bar{\nu}_j \gamma_\mu (1 - \gamma_5) e^c. \end{aligned} \quad (2.185)$$

С учетом (2.185) выражение (2.183) принимает желаемый вид

$$\mathcal{A} = -\lambda_{\odot j} \frac{g^2}{8} \bar{e}(x) \gamma_\mu (1 + \gamma_5) U_{ej} \nu_j^s(x) W^\mu(x) \bar{\nu}_j^s(y) \gamma_\sigma (1 - \gamma_5) U_{ej} e^c(y) W^\sigma(y)$$

где

$$\nu_j^s(y) \bar{\nu}_j^s(x) = \langle 0 | T(\nu_j(y) \bar{\nu}_j(x)) | 0 \rangle = -i S_j^c(y - x).$$

Тогда, используя явный вид $S_j^c(y - x)$, ортогональность операторов $(1 - \gamma_5)$ и $(1 + \gamma_5)$, для \mathcal{A} получаем то же самое выражение, которое бы следовало при учете (2.71)

$$\mathcal{A} = 2i \lambda_{\odot j} \frac{g^2}{8} \bar{e}(x) \gamma_\mu (1 + \gamma_5) U_{ej}^2 m_{\nu_j} \Delta^c(y - x; m_{\nu_j}^2) W^\mu(x) \gamma_\sigma e^c(y) W^\sigma(y). \quad (2.186)$$

Найдем матричный элемент

$$M_{W^- \rightarrow e^- e^-} = \langle e_1^-; e_2^- | A | W_1^-; W_2^- \rangle. \quad (2.187)$$

Подставляя в (2.187) разложения операторных полевых функций электрона (2.66), (2.67) и нейтрино (2.72), Фурье-представление причинной функции для дираковской частицы

$$S_{\alpha\beta}^c(x) = (i\gamma^\mu \partial_\mu + m) \Delta^c(x; m_{\nu_j}^2) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4 p \frac{(\hat{p} + m)_{\alpha\beta}}{m^2 - p^2 - i\epsilon} e^{-ipx}. \quad (2.188)$$

и используя антикоммутационные соотношения для операторов рождения и уничтожения, после несложных алгебраических манипуляций получаем

$$\langle e_1^-; e_2^- | A | W_1^-; W_2^- \rangle = M_{\mu\sigma}^{e\nu} B^{\mu\sigma}, \quad (2.189)$$

где

$$M_{\mu\sigma}^{(e\nu)} = 2\bar{u}^{(\alpha_1)}(p_1) \gamma_\mu \frac{\lambda_{\odot j} U_{ej}^2 m_{\nu_j}}{k^2 + m_{\nu_j}^2} \gamma_\sigma (1 - \gamma_5) v^{(\alpha_2)}(p_2) \quad (2.190)$$

p_i и α_i — 3-импульсы и поляризации электронов, k — 4-импульс виртуального нейтрино и за $B^{\mu\sigma}$ мы обозначили несущественный для наших рассуждений множитель. Итак, матричный элемент $0\nu 2\beta$ процесса действительно определяется массой нейтрино, а именно

$$M_{0\nu 2\beta} \propto \sum_j \lambda_{\odot j} U_{ej}^2 m_{\nu_j}. \quad (2.191)$$

Может быть показано, что в предположении CP инвариантности теории, величина $\lambda_{\odot j} U_{ej}^2$ оказывается равной $-i\eta'_{cp}(\nu_j)|U_{ej}|^2$ и является, следовательно, реальным числом. Вся информация о массах нейтрино, которую можно извлечь при изучении $0\nu 2\beta$ процесса или обратного двойного безнейтринного бета распада (2.181) заключается в величине

$$m_{eff}^{(\nu_e)} = -i \sum_j \eta'_{cp}(\nu_j) |U_{ej}|^2 m_{\nu_j}. \quad (2.192)$$

Если бы смешивание в нейтринном секторе отсутствовало, то правая часть выражения (2.192) попросту равнялась бы m_{ν_e} . Это позволяет нам трактовать $m_{eff}^{(\nu_e)}$ как эффективную массу электронного нейтрино. Аналогично, при изучении процесса $\mu^- + \mu^- \rightarrow W^- + W^-$ мы получим информацию об эффективной массе мюонного нейтрино $m_{eff}^{(\nu_\mu)}$. Заметим, что структура теории может обеспечить и такой вариант

$$m_{eff} \ll m_j.$$

Приведем один из недавних результатов эксперимента Heidelberg-Moscow [17] для величины $m_{eff}^{(\nu_e)}$

$$m_{eff}^{(\nu_e)} = (0,1-0,9) \text{ эВ}, \quad (99,73 \% \text{ CL}). \quad (2.193)$$

В моделях с дополнительными тяжелыми нейтрино шансы определить природу нейтрино с помощью коллайдерных экспериментов типа обратного безнейтринного двойного бета распада резко повышаются. В СМ с тремя легкими майорановскими нейтрино величина сечения процесса (1.181) при $E_{cm} \gg m_e$ определяется выражением [18]

$$\sigma_{e^- e^- \rightarrow W^- W^-} \approx 4,16 \times 10^{-3} \left(\frac{|U_{ej}|^2 m_{\nu_j}}{\text{ГэВ}} \right)^2 \text{ пбн},$$

т. е. чрезвычайно мала. Для лево-правой модели сечение процесса (2.181) много больше. Так, например, при $m_{N_e} \approx 1 \text{ ТэВ}$ и $E_{cm} = 200 \text{ ГэВ}$ сечение достигает значений порядка десятых долей пбн [19].

2.6. Мультипольные моменты нейтрино

Аномальные значения мультипольных моментов частицы можно рассматривать либо как указание на ее сложную структуру, либо как результат учета радиационных поправок. Поскольку вся совокупность проведенных на сегодняшний день экспериментов позволяет считать лептоны точно так же, как и кварки, бесструктурными объектами, то единственным источником мультипольных моментов нейтрино следует считать взаимодействия нейтрино с физическим вакуумом, структуру которого задает теория. Для СМ, в однопетлевом приближении взаимодействие нейтрино с электромагнитным полем представляется диаграммой рис. 2.4.

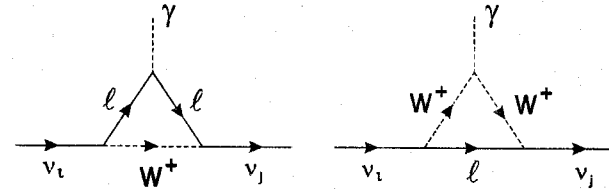


Рис. 2.4. Электромагнитная вершина для нейтрино в СМ

Наиболее общий вид матричного элемента электромагнитного тока нейтрино

$$\langle \nu(p_f, s_f) | J_\mu | \nu(p_i, s_i) \rangle \equiv (J_\mu)_{if},$$

где p_i и s_i (p_f и s_f) 4-импульс и спиральность нейтрино в начальном (конечном) состоянии, можно получить из требований релятивистской и градиентной инвариантности. Перечислим элементы, из которых можно сконструировать $(J_\mu)_{if}$. Это 4-вектора

$$p_{-\nu} = (p_f - p_i)_\nu, \quad p_{+\nu} = (p_f + p_i)_\nu,$$

два 4-тензора

$$\epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}, \quad g^{\mu\nu}$$

и матрицы Дирака

вектора	псевдовектора
γ_μ	$\gamma_5 \gamma_\mu$
тензоры	псевдотензоры
$\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma_\mu, \gamma_\nu]$	$\gamma_5 \sigma_{\mu\nu}$
$\gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\lambda$	$\gamma_5 \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\lambda$

где $\gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3$. Нетрудно показать, что $(J_\mu)_{if}$ должен иметь вид

$$(J_\mu)_{if} = \bar{u}_f [f_Q(q^2)\gamma_\mu + f_A(q^2)(q^2\gamma_\mu - (\gamma q)q_\mu)\gamma_5 + \\ + if_M(q^2)\sigma_{\mu\nu}q_\nu + f_E(q^2)\sigma_{\mu\nu}q_\nu\gamma_5] u_i, \quad (2.194)$$

где u_i — биспинор с 4-импульсом p_i и спиральностью s_i , $q = p_f - p_i$, $f_n(q^2)$ — формфакторы, описывающие соответственно распределение электрического заряда ($n = Q$), аксиального заряда ($n = A$), магнитного дипольного момента ($n = M$), электрического дипольного момента ($n = E$). Вид формфакторов зависит от типа нейтрино, т.е. от того, является ли оно дираковской (ν^D) или майорановской (ν^M) частицами. Поскольку для обоих типов нейтрино электрический заряд равен нулю, то $f_Q(0) = 0$. Из CPT -инвариантности вектора $|\nu^M\rangle$ следует, что для майорановского нейтрино все формфакторы, кроме аксиального f_A , тождественно равны нулю, поэтому ν^M не имеет магнитного и электрического дипольного моментов. Подчеркнем, что речь идет только о диагональных моментах (нейтрино в начальном и конечном состояниях — тождественные частицы). Матричные элементы моментов, описывающие переходы между нейтрино с различным флейвором или различной спиральностью, не равны нулю и для майорановского нейтрино. Единственный отличный от нуля диагональный момент для ν^M , связанный с f_A , получил название анапольного момента.

Для дираковского нейтрино в (2.194) отличны от нуля $f_A(0)$ и $f_M(0)$ (статический электрический дипольный момент обращается в ноль вследствие CPT -инвариантности теории).

Сконцентрируем свое внимание на аномальном дипольном магнитном моменте (АММ) нейтрино. Сначала рассмотрим случай СМ с $m_\nu \neq 0$ и дираковским нейтрино. Наличие у частицы АММ, индуцированного радиационными поправками (РП) может быть сведено к появлению в лагранжиане взаимодействия следующего слагаемого

$$\mathcal{L}_{\text{АММ}} = \frac{i}{2} \mu_{jj'} \bar{\nu}_j (1 + \gamma_5) \sigma^{\mu\nu} F_{\mu\nu} (1 + \gamma_5) \nu_{j'} + \text{conj.} = \\ = \frac{i}{2} \mu_{ll'} \bar{\nu}_l (1 + \gamma_5) \sigma^{\mu\nu} F_{\mu\nu} (1 + \gamma_5) \nu_{l'} + \text{conj.}, \quad (2.195)$$

где вещественные (мнимые) $\mu_{ll'}$ и $\mu_{jj'}$ представляют собой магнитные (электрические) дипольные моменты нейтрино во флейворном и массовом базисах соответственно. В третьем порядке теории возмущений $\mu_{\nu_i \nu_j}$ определяется выражением [20]

$$\mu_{\nu_i \nu_j} = \frac{3G_F}{16\sqrt{2}\pi^2} (m_{\nu_i} + m_{\nu_j}) \sum_l \mathcal{U}_{jl}^\dagger \mathcal{U}_{il} \mu_B, \quad (2.196)$$

где G_F — постоянная Ферми, μ_B — магнетон Бора. Причина пропорциональности $\mu_{\nu_i \nu_j}$ массе нейтрино m_ν (и тем самым малости $\mu_{\nu_i \nu_j}$) в СМ кроется в том, что W -бозон на диаграмме рис. 2.4 взаимодействует только с левыми токами. Следовательно, поворот киральности на внутренней нейтринной линии, необходимый для существования ненулевых значений $\mu_{\nu_i \nu_j}$, приходится делать на линии внешнего нейтрино, $\hat{p}\nu_L = m_\nu \nu_R$. Очевидно, что значительного увеличения значений дипольных моментов следует ожидать только в моделях с правыми токами.

Перейдем к обсуждению ограничений на матрицу $\mu_{\nu\nu}$, вытекающих из лабораторных экспериментов и астрофизических оценок. Рассмотрим процесс упругого рассеяния электронного нейтрино на электроном

$$\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow \bar{\nu}_e + e^-. \quad (2.197)$$

Во втором порядке теории возмущений этот процесс идет только за счет слабых взаимодействий и, согласно СМ, дифференциальное сечение дается выражением

$$\frac{d\sigma_{\text{СМ}}}{dT} = \frac{G_F^2 m_e}{2\pi} \left\{ 4 \sin^4 \theta_W + (1 + 2 \sin^2 \theta_W) \times \right. \\ \left. \times \left[\left(1 - \frac{T}{E_\nu} \right)^2 (1 + 2 \sin^2 \theta_W) - \frac{T m_e}{E_\nu} \sin^2 \theta_W \right] \right\}, \quad (2.198)$$

где E_ν — энергия налетающего антинейтрино, а T — кинетическая энергия электрона отдачи, который собственно и регистрируется на опыте.

Электромагнитное взаимодействие (2.195) обуславливает дополнительный вклад к сечению (2.197), который определяется выражением

$$\frac{d\sigma_{em}}{dT} = \frac{\pi\alpha^2}{m_e^2\mu_B^2} \left(\sum_j |\mu_{\nu_e\nu_j}|^2 \right) \left[\frac{1}{T} - \frac{1}{E_\nu} \right]. \quad (2.199)$$

В рассматриваемом случае электромагнитная и слабая амплитуды не интерферируют, так что результирующее сечение получается просто сложением (2.198) и (2.199). При $T \ll E_\nu$ сечение (2.199) выходит на константу, а сечение (2.198) ведет себя как T^{-1} и при

$$T \approx 0,3 \text{ МэВ}, \quad \mu_{eff} = \left(\sum_j |\mu_{\nu_e\nu_j}|^2 \right)^{1/2} = 10^{-10} \mu_B$$

сравнивается со слабым сечением. Следовательно, проблема понижения экспериментального предела для μ_{eff} заключается прежде всего в уменьшении порога регистрации электронов отдачи, что затрудняется ростом фона в области малых энергий электронов. Из опытов с реакторными и ускорительными нейтрино найдено:

$$\mu_{eff} < 1,5 \times 10^{-10} \mu_B.$$

Наилучшее ограничение на матрицу μ следует из рассмотрения охлаждения молодых белых карликов при распаде плазмона γ^* за счет электромагнитного взаимодействия

$$\gamma^* \rightarrow \nu + \bar{\nu}. \quad (2.200)$$

Ширина распада дается выражением

$$\Gamma_{\gamma^* \rightarrow \nu \bar{\nu}} = \frac{\alpha\omega_p^3}{24m_e^2\mu_B^2} \left(\sum_{i,j} |\mu_{ij}|^2 \right), \quad (2.201)$$

где ω_p — плазменная частота в звезде. Анализ астрофизических данных дает следующую границу

$$\left(\sum_{i,j} |\mu_{ij}|^2 \right)^{1/2} < (0,8-0,1) \times 10^{-11} \mu_B. \quad (2.202)$$

Электромагнитное взаимодействие нейтрино также влияет на первичный нуклеосинтез и приводит к результату

$$\mu_{exp} < 0,5 \times 10^{-10} \mu_B.$$

Анализ данных по SN 1987A дает следующую границу

$$\mu_{exp} < (10^{-12} - 10^{-13}) \mu_B.$$

Подчеркнем, что приведенные выше астрофизические оценки [21] относятся к дираковским нейтрино. Верхняя граница на магнитные моменты переходов для майорановского нейтрино, полученная из изучения светимости красного гиганта до и после гелиевой вспышки, дается выражением [22]

$$\mu_{exp} \geq 3 \times 10^{-12} \mu_B. \quad (2.203)$$

На сегодняшний день, одним из самых точных ограничений на ММ нейтрино является последний результат MUNU коллаборации [23]. MUNU-эксперимент (Bugey — Франция) исследует $\bar{\nu}_e e$ -упругое рассеяние с целью определения ММ реакторных антинейтрино. Полученная граница не зависит от природы нейтрино и имеет вид

$$\mu_{exp} < 9 \times 10^{-11} \mu_B \quad (90 \% \text{ CL}).$$

Однако в СМ, даже для τ -лептонного нейтрино, масса которого может находиться в области нескольких МэВ, мы получаем для $\mu_{\nu_e(\mu)\nu_\tau}$ пренебрежимо малое значение $\sim 10^{-16} \mu_B$. Таким образом, детектирование значений аномального магнитного момента нейтрино в интервале

$$\mu_{exp} \sim (10^{-10} - 10^{-12}) \mu_B, \quad (2.204)$$

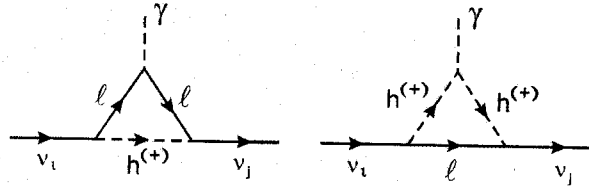
потребуется выхода за рамки СМ или, по крайней мере, ее косметической реконструкции.

Рассмотрим одну из модификаций СМ в которой, наряду с правосторонними нейтрино ν_{aR} в теорию вводится заряженный скаляр $h^{(-)}$ [24]. Этот скаляр является синглетом относительно $SU(2)$ -преобразований, имеет квантовое число $B - L$ равное 2 и его вакуумное ожидание равно нулю. Поскольку $SU(2)$ -синглет не связан с кварками, то $h^{(-)}$ -бозон не индуцирует в адронном секторе токов, изменяющих флейвор на древесном уровне. Это, в свою очередь, не приводит к жестким границам на его массу. В этой модификации СМ лагранжиан Юкавы, определяющий взаимодействие $h^{(-)}$ -бозона с лептонами определяется выражением

$$\mathcal{L}_Y = - \sum_{a,b} (ig_{ab} \bar{\psi}_{aL}^c \sigma_2 \psi_{bL} + f_{ab} \bar{\nu}_{aR}^c l_{bR}) h^+ + \text{conj.} \quad (2.205)$$

Инвариантность (2.205) относительно $SU(2)_L$ -преобразований и Ферми статистика обеспечивают выполнение условия

$$g_{ab} = -g_{ba}. \quad (2.206)$$

Рис. 2.5. Диаграммы с h^{+} -бозоном, дающие вклад в АММ нейтрино

Часто из соображений простоты налагают также условие $f_{ab} = -f_{ba}$. Заметим, что нейтрино в этой модели является дираковской частицей. Теперь, помимо диаграмм рис. 2.4, существуют дополнительные диаграммы с обменами $h^{(\pm)}$ -бозонами, дающие вклад в магнитный момент нейтрино (рис. 2.5).

Учитывая только доминирующий вклад от диаграммы с τ -лептоном в промежуточном состоянии, приходим к выражению

$$\mu_\nu = \frac{f_{13}g_{13}m_e m_\tau}{16\pi^2 m_h^2} \left[\ln \frac{m_h^2}{m_\tau^2} - 1 \right] \mu_B. \quad (2.207)$$

Полагая, $f_{13}g_{13} \approx 10^{-1}$ и $m_h \approx 100$ ГэВ, что не находится в противоречии с экспериментальными данными, получаем $\mu_\nu \approx 10^{-10} \mu_B$. Недостаток модели кроется в том, что она оставляет массу нейтрино свободным параметром, т.е. малость нейтринной массы по-прежнему является загадкой. Было сделано много попыток усовершенствовать эту модель. Основная трудность при этом заключалась в следующем. Даже если положить голую массу нейтрино равной нулю, то масса нейтрино будет возникать за счет РП уже на однопетлевом уровне. Поскольку магнитный момент индуцируется присоединением фотонной линии к внутренним линиям собственно-энергетических нейтринных диаграмм, то имеется взаимосвязь между массой нейтрино и магнитным моментом. Так, например, в модели работы [25] имеет место соотношение

$$\mu_{\nu_e \nu_e} \approx \frac{2m_e m_{\nu_e}}{M^2} \mu_B,$$

где M — наибольшее значение массы в петле. Тогда при $M \approx 100$ ГэВ, для того чтобы получить $\mu_{\nu_e \nu_e} \approx 10^{-10} \mu_B$, мы должны иметь m_{ν_e} порядка десятков КэВ, что противоречит эксперименту.

Покажем как можно преодолеть эту трудность. Наиболее общая форма для массового слагаемого нейтрино дается выражением

$$\mathcal{L}_{m_\nu} = -\frac{1}{2} m_{ij} \bar{\psi}_i^c \psi_{jL} + \text{conj.}, \quad (2.208)$$

где ψ — вейлевские спиноры, $i, j = 1, 2, \dots, 2N$, N — число нейтринных поколений. Из соображений простоты будем обсуждать случай с $N = 2$. Тогда, полагая $m_{11} = m_{22} = 0$, мы обеспечиваем сохранение лептонного числа $L_1 - L_2$. Если определить два поля ψ_L и ψ_R как

$$\psi_L = \psi_{1L}, \quad \psi_R = [\psi_{2L}]^c, \quad (2.209)$$

то (2.208) приведет к дираковской массе нейтрино

$$\mathcal{L}_{m_\nu} = -m(\bar{\psi}_L \psi_R + \bar{\psi}_R \psi_L) = -m\bar{\psi}\psi,$$

где

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_R \\ \psi_L \end{pmatrix}.$$

Заметим, что для получения майорановской массы нам достаточно потребовать, чтобы хотя бы один диагональный элемент массовой матрицы был бы не равен нулю. Нам также удобно переписать электромагнитное взаимодействие нейтрино в форме вейлевских спиноров

$$\mathcal{L}_{em} = \frac{1}{2} \mu_{ij} \bar{\psi}_i^c \sigma_{\mu\nu} \psi_{jL} F^{\mu\nu},$$

где $\mu_{ij} = -\mu_{ji}$. Следующий шаг состоит в предположении, что спиноры ψ_{1L} и ψ_{2L} образуют дублет относительно некой группы $SU(2)$, которую мы назовем $SU(2)_\nu$ -группой. Тогда, относительно группы $SU(2)_\nu$, величина \mathcal{L}_{m_ν} будет являться триплетом, в то время как \mathcal{L}_{em} — синглетом. Следовательно точная инвариантность теории относительно $SU(2)_\nu$ -преобразований запрещает появление массового слагаемого и не препятствует существованию мультипольных моментов нейтрино. Идея Волошина [26] состояла в том, чтобы поместить ν_L и $[\nu_L]^c$ (т.е. античастицу ν_R) в один $SU(2)_\nu$ -дублет и потребовать инвариантности теории относительно $SU(2)_\nu$ -преобразований. Однако мы не можем просто так наложить $SU(2)_\nu$ -симметрию, поскольку ψ_{1L} и ψ_{2L} принадлежат разным мультиплетам $SU(2)_L$ -группы (ν_L относится к дублету, а ν_R — к синглету). Последовательное решение этой проблемы было реализовано в следующих направлениях.

- 1) Расширение калибровочной группы $SU(2)_L \times U(1)_Y$ до $SU(3)_L \times U(1)_Y$, так чтобы включить $SU(2)_\nu$ -группу [27]. При этом лептонный мультиплет имеет вид

$$\begin{pmatrix} \nu_{aL}^c \\ \nu_{aL} \\ l_a \end{pmatrix}.$$

- 2) Введение горизонтальной симметрии (симметрии между поколениями) $SU(2)_F$, которая коммутирует с $SU(2)_L \times U(1)_Y$. Обычно горизонтальная симметрия выбирается между электронным и мюонным поколениями, т.е. ν_e и ν_μ образуют $SU(2)_F = SU(2)_\nu$ дублет.

Основная трудность присущая моделям с $SU(2)_\nu$ -симметрией заключается в жесткой фиксации потенциала Хиггса. При спонтанном нарушении $SU(2)_\nu$ -симметрии индуцируется масса нейтрино. Тогда для того, чтобы сохранить массу нейтрино малой и добиться больших значений магнитного момента следует выполнить тонкую подгонку параметров сектора Хиггса.

2.7. Лево-правая модель

Масса нейтрино оказывается много меньшей массы даже самой легкой частицы — электрона ($m_e/m_\nu \geq 10^6$). Объяснение столь гигантского подавления массы нейтрино дается «see-saw» механизмом, который является необходимым элементом в большинстве теорий великого объединения (ТВО). Поскольку в ТВО имеется связь между кварковыми и лептонными юкавскими константами на шкале объединения, то в рамках этих теорий удастся получить следующие соотношения между углами смешивания в кварковом и нейтринном секторах [28]

$$\theta_{12}^{NMM} + \theta_{12}^{CKM} = \frac{\pi}{4}, \quad \theta_{23}^{CKM} + \theta_{23}^{NMM} = \frac{\pi}{4}, \quad (2.210)$$

$$\theta_{13}^{NMM} \sim \theta_{13}^{CKM} \sim O(\theta_C^3), \quad (2.211)$$

где θ_{ij}^{NMM} — элементы матрицы смешивания нейтрино и $\theta_{12}^{CKM} = \theta_C$ — угол Кабиббо, которые находятся в прекрасном согласии с экспериментальными данными. Так, например, соотношения (2.210) и (2.211) могут быть получены в ТВО, основанной на группе $SO(10)$. Очевидно, что эти предсказания следует рассматривать как новые экспериментальные подтверждения идеи объединения электрослабых и сильных взаимодействий.

Один из интересных аспектов $SO(10)$ модели заключается в том, что она содержит в себе $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ калибровочную группу, т.е. группа электрослабой симметрии по отношению к СМ расширяется на фактор $SU(2)$. Это расширение СМ получило название лево-правой модели (ЛПМ). Известно, что многие трудности, возникающие при описании нейтрино в СМ снимаются в ЛПМ. Полезно напомнить основные преимущества данного расширения СМ.

1. В ЛПМ все фундаментальные фермионы входят в теорию симметричным образом (они образуют левые и правые дублеты по слабому изоспину), т.е. исходный лагранжиан теории \mathcal{P} -инвариантен.

2. Наблюдаемое в слабых взаимодействиях при низких энергиях почти максимальное нарушение четности интерпретируется как возникающее спонтанно и связывается с ненулевой массой нейтрино.
3. ЛПМ включает в себя естественным образом «see-saw» механизм, который позволяет объяснить малость массы нейтрино.
4. Квантовые числа группы $U(1)$ отождествляются с $B-L$, что позволяет соединить нарушение четности и локальной $B-L$ -симметрии.
5. Эффект CP -несохранения как в кварковом, так и в лептонном секторах вызван также механизмом спонтанного нарушения исходной симметрии, и его параметры (отношение амплитуд распадов K_L^0 - и K_S^0 -мезонов на пионы, параметр зарядовой асимметрии лептонных распадов K_L^0 -мезонов, электрические дипольные моменты нейтрона и заряженных лептонов и т.д.) того же порядка, что и экспериментальные.
6. Сектор Хиггса ЛПМ содержит общие элементы с такими популярными расширениями СМ как модель с двумя дублетами полей Хиггса, модель, основанная на $SU(3)_L \times U(1)_N$ -калибровочной группе (N — число поколений) и минимальная суперсимметричная СМ.
7. Поскольку ЛПМ принадлежит к числу моделей, в которых константы взаимодействия между физическими бозонами Хиггса и заряженными лептонами определяют структуру сектора нейтрино, то параметры нейтринных осцилляций могут быть измерены в процессах без непосредственного участия нейтрино.
8. Для многих несуперсимметричных расширений СМ при определенных предельных переходах поперечные сечения процессов могут быть получены из соответствующих сечений ЛПМ.

ЛПМ основана на калибровочной группе

$$SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$$

с кварками и лептонами, входящими в левые и правые дублеты

$$Q_L^a \left(\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{3} \right) = \begin{pmatrix} u_L^a \\ d_L^a \end{pmatrix}, \quad Q_R^a \left(0, \frac{1}{2}, \frac{1}{3} \right) = \begin{pmatrix} u_R^a \\ d_R^a \end{pmatrix}, \quad a = R, G, B,$$

$$\Psi_L^b \left(\frac{1}{2}, 0, -1 \right) = \begin{pmatrix} \nu_{bL} \\ l_{bL} \end{pmatrix}, \quad \Psi_R^b \left(0, \frac{1}{2}, -1 \right) = \begin{pmatrix} N_{bR} \\ l_{bR} \end{pmatrix}, \quad b = e, \mu, \tau, \quad (2.212)$$

где $(T_L, T_R, B-L)$, T_L (T_R) слабый левый (правый) изоспин. Лево-правые модели имеют три калибровочные константы: g_L , g_R и g' для

$SU(2)_L$, $SU(2)_R$ и $U(1)_{B-L}$ групп, соответственно. Имеется много вариантов ЛПМ [29], однако, все они содержатся в непрерывной ЛПМ [30]. Ниже мы обсудим вариант ЛПМ, предложенный в работе [31].

Сектор Хиггса включает би-дублет $\Phi(1/2, 1/2, 0)$ и два триплета $\Delta_L(1, 0, 2)$, $\Delta_R(0, 1, 2)$. В компонентах мультиплеты Хиггса записываются как

$$\Phi = \begin{pmatrix} \Phi_1^0 & \Phi_2^+ \\ \Phi_1^- & \Phi_2^0 \end{pmatrix}, \quad \Delta_{L,R} = \begin{pmatrix} \Delta_{L,R}^+/\sqrt{2} & \Delta_{L,R}^{++} \\ \Delta_{L,R}^0 & \Delta_{L,R}^+/\sqrt{2} \end{pmatrix}.$$

Спонтанное нарушение симметрии по цепочке

$$SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L} \rightarrow SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{em}$$

реализуется следующим выбором вакуумных ожиданий

$$\langle \Phi_1^0 \rangle = k, \quad \langle \Phi_2^0 \rangle = k', \quad \langle \Delta_{L,R}^0 \rangle = v_{L,R}. \quad (2.213)$$

При этом для согласия с экспериментом необходимо выполнение

$$v_R \gg \max(k, k') \gg v_L.$$

Лагранжиан, описывающий калибровочно инвариантное взаимодействие в секторе Юкавы, имеет вид

$$-\mathcal{L}_Y = \sum_{a,b} \{ h_{ab} \bar{\Psi}_{aL} \Phi \Psi_{bR} + h'_{ab} \bar{\Psi}_{aL} \tilde{\Phi} \Psi_{bR} + \\ + i f_{ab} [\Psi_{aL}^T C \sigma_2 (\vec{\sigma} \cdot \vec{\Delta}_L) \Psi_{bL} + (L \rightarrow R) + \text{conj.}] \}, \quad (2.214)$$

где $\tilde{\Phi} = \sigma_2 \Phi^* \sigma_2$, h_{ab} , h'_{ab} (f_{ab}) — юкавские бидублетные (триплетные) константы связи, a и b обозначают индексы поколений. Напомним, что \mathcal{L}_Y определяет не только массы лептонов, а из него также могут быть получены лагранжианы взаимодействия лептонов с физическими бозонами Хиггса (явный вид этих лагранжианов дан в работе [32]).

После спонтанного нарушения симметрии в теории остается 14 бозонов Хиггса: 4 двукратно заряженных скаляра $\Delta_{1,2}^{(\pm\pm)}$, 4 однократно заряженных скаляра $h^{(\pm)}$ и $\tilde{\delta}^{(\pm)}$, 4 нейтральных скаляра $S_{1,2,3,4}$ и 2 нейтральных псевдоскаляра $P_{1,2}$. S_1 -бозон является аналогом бозона Хиггса СМ. Поскольку калибровочная группа ЛПМ расширена по отношению к СМ на фактор $SU(2)_R$, то в теории появляются три дополнительных калибровочных бозона W_2^\pm и Z_2 . В каждом поколении легкое нейтрино ν_l сопровождается тяжелым нейтрино N_l . Нижние границы как на дополнительные калибровочные бозоны, так и на тяжелые нейтрино лежат в области 1 ТэВ.

Волновые функции нейтрино во флейворном базисе и физическом базисах связаны матрицей смешивания \mathcal{U}

$$\Omega^l = \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \\ N_{eR} \\ N_{\mu R} \\ N_{\tau R} \end{pmatrix} = \mathcal{U} \Omega^m = \mathcal{U} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \\ N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{pmatrix}. \quad (2.215)$$

В самом общем случае матрица \mathcal{U} содержит 15 углов осцилляции. Из соображений простоты будем предполагать, что смешивание между легкими и тяжелыми нейтрино, принадлежащими различным поколениям отсутствует. Это уменьшит число углов осцилляции до 10 и матрица \mathcal{U} определится выражением

$$\mathcal{U} = \mathcal{M}^{\nu N} \begin{pmatrix} \mathcal{D}^{\nu\nu} & 0 \\ 0 & \mathcal{D}^{NN} \end{pmatrix}, \quad (2.216)$$

где

$$\mathcal{M}^{\nu N} = \begin{pmatrix} c_e & 0 & 0 & s_e & 0 & 0 \\ 0 & c_\mu & 0 & 0 & s_\mu & 0 \\ 0 & 0 & c_\tau & 0 & 0 & s_\tau \\ -s_e & 0 & 0 & c_e & 0 & 0 \\ 0 & -s_\mu & 0 & 0 & c_\mu & 0 \\ 0 & 0 & -s_\tau & 0 & 0 & c_\tau \end{pmatrix}, \quad (2.217)$$

$$\mathcal{D}^{\alpha\alpha} = \begin{pmatrix} c_{e\mu}^\alpha c_{e\tau}^\alpha & s_{e\mu}^\alpha c_{e\tau}^\alpha & s_{e\tau}^\alpha \\ -s_{e\mu}^\alpha c_{\mu\tau}^\alpha - c_{e\mu}^\alpha s_{\mu\tau}^\alpha s_{e\tau}^\alpha & c_{e\mu}^\alpha c_{\mu\tau}^\alpha - s_{e\mu}^\alpha s_{\mu\tau}^\alpha s_{e\tau}^\alpha & s_{\mu\tau}^\alpha c_{e\tau}^\alpha \\ s_{e\mu}^\alpha s_{\mu\tau}^\alpha - c_{e\mu}^\alpha c_{\mu\tau}^\alpha s_{e\tau}^\alpha & -c_{e\mu}^\alpha s_{\mu\tau}^\alpha - s_{e\mu}^\alpha c_{\mu\tau}^\alpha s_{e\tau}^\alpha & c_{\mu\tau}^\alpha c_{e\tau}^\alpha \end{pmatrix},$$

$$c_a = \cos \theta_a, \quad s_a = \sin \theta_a, \quad c_{ab}^\alpha = \cos \theta_{ab}^\alpha, \quad s_{ab}^\alpha = \sin \theta_{ab}^\alpha,$$

$$a, b = e, \mu, \tau, \quad \alpha = \nu, N.$$

Таким образом, лагранжиан, описывающий взаимодействие заряженных калибровочных бозонов с лептонами в ЛПМ имеет вид

$$\mathcal{L}_{CC} = \frac{g_L}{\sqrt{2}} \sum_l \bar{l}(x) \gamma_\mu \nu_{lL}(x) W_{L\mu}(x) + \frac{g_R}{\sqrt{2}} \sum_l \bar{l}(x) \gamma_\mu N_{lR}(x) W_{R\mu}(x), \quad (2.218)$$

где

$$\nu_{eL}(x) = \sum_k \mathcal{U}_{1k} \Omega_k^m(x), \quad \nu_{\mu L}(x) = \sum_k \mathcal{U}_{2k} \Omega_k^m(x), \quad \nu_{\tau L}(x) = \sum_k \mathcal{U}_{3k} \Omega_k^m(x),$$

$$N_{eR}(x) = \sum_k \mathcal{U}_{4k} \Omega_k^m(x), \quad N_{\mu R}(x) = \sum_k \mathcal{U}_{5k} \Omega_k^m(x), \quad N_{\tau R}(x) = \sum_k \mathcal{U}_{6k} \Omega_k^m(x)$$

и W_L , W_R связаны с физическими калибровочными бозонами W_1 и W_2 соотношениями

$$\begin{aligned} W_{\mu L} &= W_{1\mu} \cos \zeta + W_{2\mu} \sin \zeta, \\ W_{\mu R} &= -W_{1\mu} \sin \zeta + W_{2\mu} \cos \zeta. \end{aligned} \quad (2.219)$$

Наличие правых заряженных токов может приводить к большой величине магнитного дипольного момента (ММ) нейтрино. Величина ММ, обусловленная обменом $W^{(\pm)}$ -бозонами для легкого нейтрино в базисе собственных массовых состояний дается соотношением [33]:

$$\mu_{\nu_i \nu_j}^{WW} = \frac{32\pi^2 e g_L g_R}{m_{W_1}^2} \sin 2\zeta \sum_l m_l \mathcal{U}_{il}^\dagger \mathcal{U}_{lj}. \quad (2.220)$$

Выражение для $\mu_{\nu_i \nu_j}^{WW}$ содержит в качестве сомножителя $\sin \theta_l$. Существует теоретическое предубеждение, что этот угол должен быть очень малым, порядка $10^{-6} - 10^{-5}$. В этом случае величина $\mu_{\nu_i \nu_j}^{WW}$, при использовании верхней границы на угол ζ , равной $3,1 \times 10^{-2}$, достигает значений $10^{-15} \mu_B$. Однако, как было показано в работе [34], даже при выполнении «sea-saw» соотношения

$$m_{\nu_i} m_{N_i} = m_i^2,$$

углы θ_l могут быть достаточно велики ($\sim 10^{-2}$). Необходимым условием для этого является неравенство нулю v_L . При $\theta_l \sim 10^{-2}$ и $\xi = \xi_{\max}$, величина $\mu_{\nu_i \nu_j}^{WW}$ будет иметь порядок $10^{-12} \mu_B$.

В ЛПМ вклад в аномальные дипольные моменты нейтрино дают также диаграммы с виртуальными заряженными бозонами Хиггса. При этом ММ нейтрино, возникающий от диаграмм с $\tilde{\delta}^{(\pm)}$ -бозонами, оказывается большим ММ, индуцируемого обменами $h^{(\pm)}$ -бозонами, и определяется соотношением [35]:

$$\mu_{\nu_a \nu_b}^{\tilde{\delta}\tilde{\delta}} = \frac{e f_{ab}}{8\pi^2 m_{\tilde{\delta}}^2} \left[m_{l_a} f_{aa} \left(\ln \frac{m_{\tilde{\delta}}^2}{m_{l_a}^2} - 1 \right) + m_{l_b} f_{bb} \left(\ln \frac{m_{\tilde{\delta}}^2}{m_{l_b}^2} - 1 \right) \right]. \quad (2.221)$$

Отметим существование в ЛПМ на древесном уровне токов, нарушающих лептонный флейвор (НФТ). Появление НФТ, как нейтральных, так и заряженных, обусловлено взаимодействием физических бозонов Хиггса с лептонами. Впервые влияние нейтральных НФТ на осцилляции нейтрино в веществе было исследовано в работе [36]. Оказалось, что их учет приводит к значительному изменению границ на параметры нейтринных осцилляций. В последнее время становится все более популярной идея

использования НФТ для объяснения результатов экспериментов с космическими и земными нейтрино [37]. Следует подчеркнуть, что в теориях с массивным нейтрино смешивание в нейтринном секторе и существование НФТ проявляются как две стороны одного и того же явления, связанного с выбором лагранжиана Юкавы и потенциала Хиггса. Итак, оба эти эффекта существуют в теории одновременно, и всякая попытка использовать их в изоляции друг от друга является грубым приближением.

Глава 3

Осцилляции нейтрино в вакууме

И то, что носится в туманных очертаниях, закрепляется в прочных мыслях.

В. Гёте

3.1. Описание в формализме волн де Бройля

Рассмотрим нейтрино в рамках СМ. Для того чтобы сделать нейтрино массивным, выберем самый простой путь, т. е. добавим в лептонной сектор правосторонний нейтринный синглет ν_{lR} . Тогда лагранжиан Юкавы примет вид

$$\mathcal{L}_Y = - \sum_a h_{aa} \bar{l}_{aL} \Phi l_{aR} - \sum_{a,b} h'_{ab} \bar{\nu}_{aL} \Phi^c \nu_{bR} + \text{conj.} \quad (3.1)$$

Недиагональные юкавские константы h'_{ab} ($a \neq b$) в (3.1) обуславливают не только смешивание нейтринных поколений, но и приводят также к существованию нейтринных процессов с нарушением лептонного флейвора (ЛФ) уже на древесном уровне. К настоящему времени процессы нарушающие как полный, так и частичный ЛФ не наблюдались. Однако, у нас нет никакого фундаментального принципа запрещающего существование подобных явлений, что и побуждает экспериментаторов к их исследованию. Поскольку точность любого эксперимента ограничена, то отсутствие положительных результатов в поиске процессов с нарушением ЛФ следует трактовать не более как установление верхних границ на сечения этих процессов, что и приводит, в свою очередь, к ограничениям на величины недиагональных юкавских констант.

Рассмотрим одномерный случай и предположим, что в момент времени $t = 0$ мы получили ν_l -нейтрино с определенным значением импульса. Тогда, в отсутствии внешних полей, этому нейтрино соответствует совокупность волн де Бройля с постоянной амплитудой $\nu_j(0)$

$$\nu_l(z, t = 0) = \sum_{j=1}^3 U_{lj} \nu_j(0) \exp(ipz). \quad (3.2)$$

По истечению времени t вместо (3.2) мы будем иметь

$$\nu_l(z, t) = \sum_{j=1}^3 U_{lj} \nu_j(0) \exp[i(pz - E_j t)]. \quad (3.3)$$

В большей части рассматриваемых далее задач, энергии нейтрино будут принадлежать ультрарелятивистской области, т. е. $E_j \gg m_j$. В таких случаях трудно удержаться от искушения и не прибегнуть к разложению ряд по бесконечно малому параметру m_j^2/p^2 ($p = |\mathbf{p}|$). Тогда для энергии и скорости нейтрино следуют выражения

$$E_j = p \sqrt{1 + \frac{m_j^2}{p^2}} \simeq p + \frac{m_j^2}{2p}, \quad (3.4)$$

$$v_j \simeq 1 - \frac{m_j^2}{2p^2} \simeq 1. \quad (3.5)$$

Все это позволяет нам переписать волновую функцию нейтрино в следующем виде ($t \simeq z$)

$$\nu_l(z) = \sum_{j=1}^3 U_{lj} \exp\left(-\frac{im_j^2 z}{2p}\right) U_{lj}^* \nu_j(0), \quad (3.6)$$

где $\nu_l(z, z) \equiv \nu_l(z)$ и мы вернулись к флейворному базису (напомним, что $UU^\dagger = 1$). Итак, после прохождения расстояния z волновая функция нейтрино, рожденного в состоянии с флейвором l , представляет собой уже суперпозицию состояний со всеми возможными значениями флейвора. Это означает, что имеется отличная от нуля вероятность обнаружить в нейтринном пучке первоначально состоящим из ν_l -частиц $\nu_{l' \neq l}$ -компоненты или, другими словами, что нейтрино может испытывать осцилляционные переходы. Явление нейтринных осцилляций напоминает дифракцию микрочастиц на нескольких щелях (в нашем случае число щелей равно числу нейтринных поколений), которая согласно принципу Гюйгенса—Френеля объясняется возникновением вторичных волн де Бройля с амплитудами $U_{lj} U_{lj}^* \nu_j(0)$ и их последующей интерференцией.

Посмотрим изменится ли выражение (3.6) в случае если нейтрино было рождено с определенной энергией, т. е. все состояния в физическом базисе имеют одну и ту же энергию. Тогда для ν_j -состояния импульс определяется выражением

$$p_j = \sqrt{E^2 - m_j^2} \approx E - \frac{m_j^2}{2E} \quad (3.7)$$

и мы снова имеем тот же самый фазовый сдвиг для различных массовых состояний как и в уравнении (3.6). Итак, в ультрарелятивистском

случае нет никакого отличия между ситуациями когда нейтрино рождается в состоянии с определенным значением импульса или в состоянии с определенным значением энергии.

Используя выражение для волновой функции (3.6), мы можем найти вероятности переходов между состояниями с различным значением флейвора, т. е. те величины, которые измеряются непосредственно в экспериментах по поиску нейтринных осцилляций. Имеется два типа таких экспериментов — эксперименты на «появление» и на «исчезновение». В обоих случаях измеряется полное число и спектр заряженных лептонов, которые рождаются нейтринным пучком на разных расстояниях от источника. В экспериментах на «появление» — это лептоны, не соответствующие типу исходного нейтрино. Во втором случае — это лептоны того же типа l , что и исходные нейтрино ν_l , т. е. ведется поиск ослабления ν_l -пучка.

Вероятность того, что нейтрино, рожденное источником в состоянии l после прохождения расстояния z будет обнаружено детектором в состоянии l' дается выражением

$$\begin{aligned} P_{l \rightarrow l'}(z) &= \left| \sum_j U_{lj} \exp\left(-\frac{im_j^2 z}{2p}\right) U_{l'j}^* \right|^2 = \\ &= \sum_j |U_{lj}|^2 |U_{l'j}|^2 + \sum_{j \neq j'} \left[\operatorname{Re}(U_{lj} U_{l'j'}^* U_{l'j} U_{lj}^*) \cos\left(\frac{\Delta m_{jj'}^2}{2E} z\right) + \right. \\ &\quad \left. + \operatorname{Im}(U_{lj} U_{l'j'}^* U_{l'j} U_{lj}^*) \sin\left(\frac{\Delta m_{jj'}^2}{2E} z\right) \right], \end{aligned} \quad (3.8)$$

где мы приняли $E \approx p$ и ввели обозначение $\Delta m_{jj'}^2 = m_j^2 - m_{j'}^2$ (здесь и далее буквами греческого алфавита обозначаются физические состояния). Если предположить, что для круга рассматриваемых задач CP -четность является сохраняющимся квантовым числом, то матрица U может быть выбрана реальной. Тогда выражение (3.8) принимает вид

$$P_{l \rightarrow l'}(z) = \sum_j U_{lj}^2 U_{l'j}^2 + \sum_{j \neq j'} U_{lj} U_{l'j'} U_{l'j} U_{lj} \cos\left(\frac{2\pi}{l_{jj'}} z\right), \quad (3.9)$$

где величины

$$l_{jj'} = \frac{4\pi E}{\Delta m_{jj'}^2}, \quad (3.10)$$

получили название длин осцилляций между ν_j - и $\nu_{j'}$ -состояниями.

В экспериментах на «исчезновение» измеряется вероятность выживания излученного источником нейтрино. Предположим, что речь идет об электронном нейтрино. Тогда, если мы выполняем наблюдение ней-

тринного потока на расстоянии L от источника, то вероятность выживания ν_e определится выражением

$$P_{\nu_e \nu_e} = 1 - \sum_{j,j'} 4U_{ej}^2 U_{ej'}^2 \sin^2\left(\frac{\pi L}{l_{jj'}}\right). \quad (3.11)$$

При $L \ll l_{jj'}$ вторым слагаемым в (3.11) можно пренебречь и $P_{\nu_e \nu_e} = 1$, т. е. осцилляции становятся ненаблюдаемыми. Это наводит нас на мысль как определить чувствительность к измерению $\Delta m_{jj'}^2$, того или иного эксперимента по изучению нейтринных осцилляций. Перейдем в аргументе синуса выражения (3.11) от естественной системы единиц к реальным единицам

$$\sin^2\left(\frac{\Delta m_{jj'}^2 L}{\hbar c E}\right) = \sin^2\left(\frac{1,27 \Delta m_{jj'}^2 (\text{эВ}^2) L (\text{км})}{E (\text{ГэВ})}\right). \quad (3.12)$$

Таким образом для повышения точности эксперимента (измерения малых $\Delta m_{jj'}^2$) следует увеличивать отношение L/E . Самое оптимальное решение — использовать низкоэнергетические нейтрино и помещать детектор на большом расстоянии от источника. Так, например, в эксперименте с нейтринным пучком с энергией $E \approx 1$ ГэВ при $L = 1$ км можно измерить $\Delta m_{jj'}^2$ с точностью порядка 1 эВ^2 .

При выполнении

$$L \gg l_{jj'}, \quad (3.13)$$

или

$$\Delta m_{jj'}^2 \gg \frac{4\pi E}{L}, \quad \text{для всех } (j, j') \text{ пар} \quad (3.14)$$

синусы в (3.12) быстро осциллируют, что позволяет нам положить

$$\sin^2\left(\frac{\pi L}{l_{jj'}}\right) \approx \frac{1}{2} \quad (3.15)$$

и мы получаем таким образом усредненные по расстоянию (или времени) осцилляции. Используя явный вид матрицы U , находим

$$P_{\nu_e \nu_e} \geq \frac{1}{3}. \quad (3.16)$$

Анализ показывает, что в случае N -нейтринных поколений, выражение для $P_{\nu_e \nu_e}$ принимает вид

$$P_{\nu_e \nu_e} \geq \frac{1}{N}. \quad (3.17)$$

Из полученных соотношений следует, что при движении нейтрино в вакууме возникновение переходов между различными сортами нейтрино (вакуумные нейтринные осцилляции) возможно только при выполнении условий:

- 1) нейтрино должны иметь массы и кратность вырождения по массам не равна числу нейтринных поколений,
- 2) некоторые или все углы смешивания должны быть отличны от нуля,
- 3) для возникновения осцилляций нейтринному пучку необходимо пройти расстояние соизмеримое с длиной осцилляций.

Достаточно часто при анализе результатов нейтринных экспериментов предполагают смешивание только между двумя нейтринными поколениями (двухфлейворное приближение). Предположим что это так для ν_μ и ν_τ . Тогда матрица U принимает вид

$$U = \begin{pmatrix} \cos \theta_{\mu\tau} & \sin \theta_{\mu\tau} \\ -\sin \theta_{\mu\tau} & \cos \theta_{\mu\tau} \end{pmatrix}. \quad (3.18)$$

Вероятность $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ будет даваться выражением

$$P_{\nu_\mu \nu_\tau} = \sin^2 2\theta_{\mu\tau} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{23}^2 L}{4E} \right). \quad (3.19)$$

Вероятность выживания мюонного нейтрино может быть найдена из требования сохранения вероятности

$$P_{\nu_\mu \nu_\mu} = 1 - P_{\nu_\mu \nu_\tau}. \quad (3.20)$$

Если смешиванию подвержены все три нейтринных поколения, но присутствует двукратное квази-вырождение по массам, то двухфлейворное приближение снова может быть использовано.

Рассмотрим следующую ситуацию. Массы нейтрино удовлетворяют соотношениям

$$|\Delta m_{21}^2| \ll |\Delta m_{31}^2| \cong |\Delta m_{32}^2|, \quad (3.21)$$

а условия эксперимента таковы, что

$$\frac{|\Delta m_{31}^2| L}{E} \approx 1. \quad (3.22)$$

Из (3.22) следует неравенство

$$\frac{|\Delta m_{21}^2| L}{E} \ll 1. \quad (3.23)$$

Тогда вероятность перехода $\nu_l \rightarrow \nu_{l' \neq l}$ примет вид

$$P_{\nu_l \nu_{l'}} \approx 4U_{l3}^2 U_{l'1}^2 \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E} \right). \quad (3.24)$$

Благодаря выполнению (3.24) эксперимент не чувствует разницы масс состояний ν_1 и ν_2 , т.е. он воспринимает оба состояния как одно. Этим

и объясняется сходство полученного соотношения (3.24) с аналогичной формулой двухфлейворного приближения.

В реальном эксперименте величины E и L изменяются в некоторых интервалах и по этой причине нам следует выполнить усреднение как по энергиям нейтрино, так и по проходимым ими расстояниям. Посмотрим к чему это приводит. Пусть величина $a = L/(4E)$ описывается распределением Гаусса со стандартным отклонением σ_a относительно центрального значения a_0 . Тогда, для теоретического значения усредненной вероятности выживания мюонного нейтрино будем иметь

$$\begin{aligned} \langle P_{\nu_\mu \nu_\mu} \rangle &= \frac{1}{\sigma_a \sqrt{2\pi}} \int_0^\infty \left\{ 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\theta_{\mu\tau} [1 - \cos(2a \Delta m_{23}^2)] \right\} \exp \left[-\frac{(a - a_0)^2}{2\sigma_a^2} \right] da = \\ &= 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\theta_{\mu\tau} \{ 1 - \cos(2a_0 \Delta m_{23}^2) \exp[-2\sigma_a^2 (\Delta m_{23}^2)^2] \}. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Очевидно, что форма выражений, сравниваемых с экспериментальными результатами определяет дизайн эксперимента. Что можно сказать, глядя на формулу (3.25)? Для измерения Δm_{23}^2 необходимо чтобы аргумент косинуса в (3.25) был конечной величиной. При малых (больших) значениях Δm_{23}^2 необходимо увеличивать (уменьшать) отношение $L/(4E)$. Однако, при этом следует соблюдать определенный баланс между $L/(4E)$ и Δm_{23}^2 , а именно, не допускать резкого превышения одной величины над другой, поскольку при этом произойдет потеря чувствительности эксперимента к Δm_{23}^2 . Так, при $\Delta m_{23}^2 L/(4E) \gg 1$

$$\cos \left(\frac{\Delta m_{23}^2 L}{4E} \right) \rightarrow \frac{1}{2}, \quad (3.26)$$

а при $\Delta m_{23}^2 L/(4E) \ll 1$

$$\cos \left(\frac{\Delta m_{23}^2 L}{4E} \right) \rightarrow 1. \quad (3.27)$$

Также очевидно, что при малых $\theta_{\mu\tau}$ и/или малых $\Delta m_{23}^2 L/(4E)$ для регистрации осцилляций необходима очень высокая статистика.

В СМ с \mathcal{L}_Y , определяемым выражением (3.1), лагранжиан взаимодействия бозона Хиггса H с лептонами имеет вид

$$\mathcal{L}_H = - \left[\sum_a h_{aa} \bar{l}_a(x) l_a(x) + \sum_{ab} h'_{ab} \bar{\nu}_a(x) \nu_b(x) \right] H(x), \quad (3.28)$$

где $h_{aa} = m_a/v$. Вспоминая, что массовая матрица нейтрино диагоналізуется с помощью матрицы U , можно установить связь между юкавскими

константами h'_{ab} и параметрами нейтринных осцилляций. Для случая $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ -смешивания эта связь имеет вид

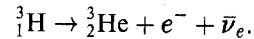
$$\left. \begin{aligned} h'_{\mu\mu} v &= m_2 \cos^2 \theta_{\mu\tau} + m_3 \sin^2 \theta_{\mu\tau}, \\ h'_{\tau\tau} v &= m_2 \sin^2 \theta_{\mu\tau} + m_3 \cos^2 \theta_{\mu\tau}, \\ h'_{\mu\tau} v &= \sin \theta_{\mu\tau} \cos \theta_{\mu\tau} (m_3 - m_2). \end{aligned} \right\} \quad (3.29)$$

Из (3.29) следует, что если массы m_3 и m_2 близки друг к другу, то недиагональные юкавские нейтринные константы чрезвычайно малы. Если это так, то для СМ у нас нет никаких шансов определить параметры нейтринных осцилляций в коллайдерных экспериментах.

Изучение слабых распадов позволяет установить верхние границы на массы нейтрино. Однако, поскольку распадные нейтрино не являются состояниями с определенной массой, то мы вынуждены сделать определенные предположения о степени соответствия между флейворными и физическими нейтрино. Можно конечно предположить, что ν_1 , ν_2 , ν_3 это преимущественно электронное, мюонное, тау-лептонное нейтрино, соответственно (что справедливо только в случае малых углов смешивания). Тогда, результаты лабораторных экспериментов приводят к следующим границам

$$m_{\nu_e} < 2,2 \text{ эВ}, \quad m_{\nu_\mu} < 0,17 \text{ МэВ}, \quad m_{\nu_\tau} < 18,2 \text{ МэВ}. \quad (2.30)$$

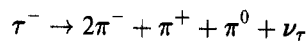
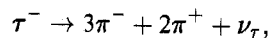
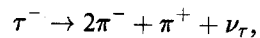
Неравенства (2.30) не зависят от того, какую из существующих моделей электрослабого взаимодействия мы выбрали при анализе эксперимента, поскольку они следуют в основном из кинематики процесса. Верхняя граница для массы электронного нейтрино (точнее для массы электронного антинейтрино) была определена при изучении β^- -распада трития



Предел на массу мюонного нейтрино был найден при исследовании распада



Сведения о массе ν_τ были получены при исследовании распадов τ -лептона



и т. д.

3.2. Осцилляции и соотношение неопределенностей

Рассмотрим типичный осцилляционный эксперимент на «появление». Имеется источник, который за счет распадов



генерирует нейтринный пучок. На расстоянии L расположен детектор, конструкция которого позволяет регистрировать возникшие в первоначальном пучке электронные нейтрино. Эксперимент дает результат $P_{\nu_\mu \nu_e} \neq 0$. Теперь предположим, что нам удалось точно измерить импульсы пиона и мюона в каждом распаде, т. е. мы знаем какое нейтринное состояние с определенным значением массы ν_i ($i = 1, 2$) рождается источником. Разумеется, по крайней мере на сегодняшний день, это не реально и мы придаем вышесказанному статус «мысленного» эксперимента. Нейтринный пучок с одним и тем же значением импульса уже не представляет собой когерентную смесь состояний ν_1 и ν_2 . Следовательно $P_{\nu_\mu \nu_e}$ будет равна нулю, поскольку осцилляции возникают при интерференции между ν_1 - и ν_2 -состояниями, а в пучке присутствует только одно из них. С точки зрения квантовой механики результат вполне ожидаемый. В микромире измерение не может быть сведено до уровня, на котором взаимодействием между прибором и объектом можно пренебречь. В результате измерения микросистема либо переходит в другое состояние, или же, может быть даже разрушена. Такова жестокая цена знаний в микромире. В нашем случае процесс точного измерения импульса приводит к исчезновению интерференционной картины. Принцип неопределенностей Гейзенберга поясняет суть происходящего.

Величина ошибки при измерении массы нейтрино $m = \sqrt{E^2 - p^2}$ дается выражением

$$\delta(m^2) = \sqrt{(2E)^2(\delta E)^2 + (2p)^2(\delta p)^2}, \quad (3.32)$$

где δE и δp — ошибки в измерении энергии и импульса нейтрино (мы предполагаем, что они не коррелируют). Определить, какое из массовых состояний нейтрино рождается в процессе пионного распада, можно только в том случае, если $\delta(m^2)$ будет меньше квадратов разности масс нейтрино $|m_1^2 - m_2^2|$. Соотношение неопределенностей гласит

$$\delta z \delta p \geq \frac{1}{2}, \quad (3.33)$$

где δz — ошибка в измерении координаты точки рождения нейтрино (или положения источника). Из (3.32) и (3.33) следует

$$\delta z > \frac{2p}{|\Delta_{12}|} = \frac{l_\nu}{2\pi}. \quad (3.34)$$

Таким образом, при точном измерении массы нейтрино неопределенность в измерении координаты точки рождения или детектирования нейтрино должна быть больше осцилляционной длины. С другой стороны состояния ν_1 и ν_2 рождаются в источнике и регистрируются в детекторе когерентно и осцилляции будут существовать только при их интерференции. При разведении ν_1 и ν_2 на расстояние большее $|l_v|$ осцилляции исчезают, т.е. необходимым условием наблюдения осцилляций является условие локализации источника нейтринного пучка и детектора в областях, размеры которых много меньше осцилляционной длины

$$\delta z \ll |l_v|. \quad (3.35)$$

Поскольку неравенства (3.34) и (3.35) противоречат друг другу, то становится очевидным отсутствие осцилляций при выполнении

$$\delta(m^2) \leq |m_1^2 - m_2^2|. \quad (3.36)$$

При измерении массы с точностью

$$\delta(m^2) > |m_1^2 - m_2^2|, \quad (3.37)$$

воздействие на нейтринную систему будет меньше, чем в случае соответствующем уравнению (3.36). В этом случае осцилляции по-прежнему существуют, хотя их характер под действием измерения изменился. Из неравенства (3.37) также следует

$$\delta p > \frac{|m_1^2 - m_2^2|}{2E}. \quad (3.38)$$

Итак, одним из условий существования осцилляций является наличие разброса по импульсам или энергии у нейтрино. Это в свою очередь означает, что последовательная трактовка проблемы нейтрино должна основываться на использовании формализма волновых пакетов, а не плоских волн де Бройля.

3.3. Трактовка нейтринных осцилляций с помощью волновых пакетов

Предположим, что в момент времени $t = 0$ в источнике генерируется нейтрино, чей разброс по импульсу дается распределением Гаусса. Из соображений простоты ограничимся одномерным случаем. Тогда рожденному нейтрино соответствует волновой пакет вида

$$\nu_i(p_a, 0) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma_{ps})^{3/2}} \sum_{a=1}^3 U_{ia} \int dp \exp \left[-\frac{(p - p_a)^2}{4\sigma_{ps}^2} \right] \nu_a(p, 0), \quad (3.39)$$

где σ_{ps} — гауссова ширина пакета в источнике, p_a — среднее значение импульса ν_a -нейтрино. В координатном представлении наш волновой пакет в момент времени t будет определяться выражением

$$\nu_i(t) = \sum_{a=1}^3 U_{ia} \int dz \mathcal{F}(\sigma_{zs}, z, t) \nu_a(z, 0), \quad (3.40)$$

где

$$\mathcal{F}(\sigma_{zs}, z, t) = \frac{1}{(2\pi\sqrt{2\pi}\sigma_{ps})^{3/2}} \int dp \exp \left[-\frac{(p - p_a)^2}{4\sigma_{ps}^2} + i(pz - E_a(p)t) \right].$$

Поскольку среднее значение энергии является функцией от импульса, то мы вправе произвести разложение $E_a(p)$ в ряд по степеням $p - p_0$. Вспомним, что для частиц, движущихся со скоростью света, вследствие совпадения фазовой v_p и групповой v_g скоростей волновые пакеты устойчивы. Для массивных частиц $v_p \neq v_g$ и волновые пакеты расплываются. Факт неустойчивости пакета в этом случае становится также очевидным при учете третьего и последующих слагаемых в разложении $E_a(p)$. Поскольку мы предполагаем нейтрино ультрарелятивистской частицей ($v \sim 1$), то нам достаточно в ряде для $E_a(p)$ удержать только два первых слагаемых

$$E_a(p) \simeq E_a(p)|_{p=p_a} + \left. \frac{\partial E_a}{\partial p} \right|_{p=p_a} (p - p_a) = E_a + v_a(p - p_a), \quad (3.41)$$

где за v_a мы обозначили групповую скорость пакета, тем самым желая подчеркнуть, что она равна скорости ν_a -нейтрино. Подстановка (3.41) в (3.40) приводит к выражению

$$\nu_i(t) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma_{zs})^{3/2}} \exp \left[i(p_a z - E_a t) - \frac{(z - v_a t)^2}{4\sigma_{zs}^2} \right], \quad (3.42)$$

где гауссова ширина пакета в координатном пространстве σ_{zs} равна $(2\sigma_{ps})^{-1}$.

Нейтринный детектор также характеризуется неопределенностями при измерении импульса и энергии. Следовательно, регистрируемое на расстояние L от источника флейворное состояние будет описываться волновым пакетом

$$\nu_i(L) = \sum_{b=1}^3 U_{ib} \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma_{zD})^{3/2}} \int dz_D \exp \left[i p_b z_D - \frac{z_D^2}{4\sigma_{zD}^2} \right] \nu_b(z_D, 0), \quad (3.43)$$

где нижний индекс D относит все величины к детектору. Тогда, с учетом условия нормировки

$$\nu_b(z_D, 0)^* \nu_a(z, 0) = \delta_{ab} \delta(z_D + L - z),$$

амплитуда $l \rightarrow l'$ -перехода примет вид

$$A_{ll'}(L, t) = \sqrt{\frac{2\sigma_{zS}\sigma_{zD}}{\sigma_z^2}} \sum_{a=1}^3 U_{l'a}^* U_{la} \exp \left[i(p_a L - E_a t) - \frac{(L - v_a t)^2}{4\sigma_z^2} \right], \quad (3.44)$$

где $\sigma_z^2 = \sigma_{zS}^2 + \sigma_{zD}^2$.

В процессах рождения нейтрино его энергия E определяется кинематикой процесса в предположении равенства нулю массы нейтрино. Перейдем в наших выражениях от средних значений энергии E_a и импульса p_a к E . Это может быть достигнуто с помощью соотношений

$$E_a \simeq E + \xi \frac{m_a^2}{2E}, \quad p_a \simeq E - (1 - \xi) \frac{m_a^2}{2E}, \quad (3.45)$$

где безразмерный параметр ξ , близкий к единице, учитывает поправки на ненулевую массу нейтрино. Для скорости нейтрино достаточно воспользоваться выражением

$$v_a \simeq 1 - \frac{m_a^2}{2E^2}. \quad (3.46)$$

Если в осцилляционном эксперименте время t не измеряется, то для получения вероятности флейворного перехода, амплитуда $A_{ll'}(L, t)$ должна быть проинтегрирована по времени

$$\begin{aligned} P_{ll'}(L) &= \int_0^\infty |A_{ll'}(L, t)|^2 dt = \\ &= \sum_j |U_{lj}|^2 |U_{l'j}|^2 + \sum_{j \neq j'} \left\{ \operatorname{Re} (U_{lj} U_{l'j'}^* U_{l'j} U_{lj'}^*) \cos \left(\frac{2\pi L}{l_{jj'}} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \operatorname{Im} (U_{lj} U_{l'j'}^* U_{l'j} U_{lj'}^*) \sin \left(\frac{2\pi L}{l_{jj'}} \right) \right\} \times \\ &\quad \times \exp \left[-2\pi^2 \xi^2 \left(\frac{\sigma_z}{l_{jj'}} \right)^2 \right] \exp \left[- \left(\frac{L}{l_{jj}^c} \right)^2 \right], \end{aligned} \quad (3.47)$$

где величины

$$l_{jj'}^c = \frac{4\sqrt{2}E^2\sigma_z}{\Delta m_{jj'}^2}$$

получили название длин когерентности между ν_j - и $\nu_{j'}$ -состояниями. Итак, формализм волновых пакетов привел к выражению для $P_{ll'}(L)$, которое отличается от аналогичного, полученного в рамках описания нейтрино с помощью плоских волн, присутствием двух экспонент. Первая

из них

$$\exp \left[-2\pi^2 \xi^2 \left(\frac{\sigma_z}{l_{jj'}} \right)^2 \right] \quad (3.48)$$

обеспечивает условие наблюдения осцилляций. Действительно, при

$$\sigma_z \ll |l_{jj'}|,$$

выражение (3.48) стремится к единице, а при

$$\sigma_z > |l_{jj'}|$$

— к нулю. Это есть не что иное как уже знакомое нам утверждение — для наблюдения осцилляций неопределенности в определении положения источника и детектора должны быть меньше осцилляционной длины.

Возникновение второй экспоненты обусловлено тем, что волновые пакеты сопоставляемые ν_j - и $\nu_{j'}$ -состояниям имеют различные групповые скорости. Это может привести к тому, что по истечению некоторого времени эти волновые пакеты разойдутся на расстояние большее их ширины. Поскольку при этом они уже не будут интерферировать, то осцилляции исчезнут. Нетрудно оценить величину $l_{jj'}^c$ из чисто классических рассуждений. Если оба пакета имеют одну и ту же гауссову ширину σ_z и движутся с различными групповыми скоростями v_j и $v_{j'}$ ($v_j > v_{j'}$), то они перестанут перекрываться, когда пакет, соответствующий $\nu_{j'}$ пройдет расстояние $L \approx l_{jj'}^c$

$$L = \frac{\sigma_z v_j}{v_j - v_{j'}}. \quad (3.49)$$

В ультрарелятивистском случае соотношение (3.49) совпадает с определением $l_{jj'}^c$ с точностью до множителя $2\sqrt{2}$. Можно показать, что увеличение длины когерентности на фактор $2\sqrt{2}$ вызвано учетом распыливания волновых пакетов.

Наличие множителя $\exp \left[-(L/l_{jj'}^c)^2 \right]$ в выражении для вероятности $\nu_l \rightarrow \nu_{l'}$ -перехода еще раз иллюстрирует роль измерения в микромире. Повышение точности измерения импульсов всех частиц появляющихся в процессе детектирования нейтрино означает уменьшение σ_{pD} и, следовательно, увеличение как σ_{zD} , так и $l_{jj'}^c$. Предположим, что без измерения импульсов волновые пакеты при попадании в детектор не перекрывались, т. е. их интерференция отсутствовала. Если акт измерения увеличивает длину когерентности до такой степени, что пакеты начинают перекрываться, то, как следствие, появляются осцилляции.

При

$$z \ll \frac{\sigma_z}{2\Delta m_{jj'}^2 E^2} \simeq \frac{\sigma_z}{|v_j - v_{j'}|} \quad (3.50)$$

мы получаем

$$\begin{aligned} P_{ll'}(L) = \sum_j |U_{lj}|^2 |U_{l'j}|^2 + \sum_{j \neq j'} \left\{ \operatorname{Re} (U_{lj} U_{lj'}^* U_{l'j'} U_{l'j}^*) \cos \left(\frac{2\pi L}{l_{jj'}} \right) + \right. \\ \left. + \operatorname{Im} (U_{lj} U_{lj'}^* U_{l'j'} U_{l'j}^*) \sin \left(\frac{2\pi L}{l_{jj'}} \right) \right\}, \end{aligned} \quad (3.51)$$

т. е. то же самое выражение, что и в формализме плоских волн.
В случае

$$z > \frac{\sigma_z}{|v_j - v_{j'}|} \quad (3.52)$$

в выражении (3.47) начинает работать демпфирующий фактор

$$\exp \left[- \left(\frac{L}{l_{jj'}} \right)^2 \right]$$

и мы приходим к усредненным по времени осцилляциям

$$P_{ll'}(L) = \sum_j |U_{lj}|^2 |U_{l'j}|^2. \quad (3.53)$$

Итак, оба формализма приводят к одним и тем же физическим результатам, хотя несомненно, что использование волновых пакетов физически более оправдано. Однако оба описания обладают одним важным недостатком — они пригодны только при рассмотрении движения нейтрино в свободном случае. Для включения взаимодействия нам необходимо, как и следовало ожидать, обратиться к более последовательным трактовкам, а именно, к лагранжеву или гамильтонову формализмам.

3.4. Уравнение эволюции для нейтрино

Будем работать в двухфлейворном приближении и предположим для определенности, что речь идет об электронном и мюонном поколениях. Очевидно, что для стационарных состояний уравнение эволюции физическом базисе имеет вид

$$i \frac{\partial}{\partial t} \nu_i(\mathbf{r}, t) = H \nu_i(\mathbf{r}, t), \quad (3.54)$$

где оператор Гамильтона H является диагональным

$$H = \begin{pmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & E_2 \end{pmatrix}.$$

В ультрарелятивистском случае гамильтониан ($|p| \approx E$) принимает следующий вид

$$H = |p| + \frac{1}{2|p|} \begin{pmatrix} m_1^2 & 0 \\ 0 & m_2^2 \end{pmatrix} = H_d - \frac{\Delta m_{12}^2}{4|p|} \sigma_3, \quad (3.55)$$

где

$$\Delta m_{12}^2 = m_1^2 - m_2^2, \quad H_d = \left(|p| + \frac{m_1^2 + m_2^2}{4|p|} \right) I,$$

I — единичная матрица.

В целях упрощения будем рассматривать одномерный случай. Тогда, учитывая

$$z_i = v_i t \approx \left(1 - \frac{m_i^2}{E^2} \right) t \approx t = z,$$

уравнение (3.54) можно представить в форме

$$i \frac{d}{dz} \nu_i(z) = H \nu_i(z), \quad (3.56)$$

где мы приняли обозначения $\nu_i(z, z) \equiv \nu_i(z)$.

Во всех экспериментах мы имеем дело с электронными и мюонными нейтрино (напомним, что все наши лагранжианы, включающие фермионы, записаны во флейворном базисе). По этой причине, нам следует перейти в уравнении эволюции к флейворному базису. Умножая уравнение (3.54) на U справа получаем

$$i \frac{d}{dz} \nu_l(z) = H' \nu_l(z), \quad (3.57)$$

где новый гамильтониан $H' = U H U^{-1}$ имеет вид

$$\begin{aligned} H' &= H_d + \frac{\Delta m_{12}^2}{4E} \begin{pmatrix} -\cos 2\theta_0 & \sin 2\theta_0 \\ \sin 2\theta_0 & \cos 2\theta_0 \end{pmatrix} = \\ &= H_d + \frac{\Delta m_{12}^2}{4E} (\sigma_1 \sin 2\theta_0 - \sigma_3 \cos 2\theta_0). \end{aligned} \quad (3.58)$$

Учитывая факт независимости H' от z , мы без труда находим решение уравнения (3.57)

$$\nu_l(z) = \exp(-i H' z) \nu_l(0), \quad (3.59)$$

где

$$\nu_e(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \nu_\mu(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Поскольку присутствие в гамильтониане величины пропорциональной I приводит к общей для любого флейвора фазе, а физический смысл имеет

только квадрат модуля волновой функции, то величина H_d в (3.58) может быть опущена. Заметим, что теперь из (3.58) вытекает

$$\operatorname{tg} 2\theta_0 = \frac{2H'_{12}}{H'_{22} - H'_{11}}. \quad (3.60)$$

Избавимся от матриц в экспоненте полученного решения. Это может быть достигнуто при разложении (3.59) в ряд

$$\begin{aligned} \nu_l(z) &= \exp \left[-\frac{i\Delta m_{12}^2 z}{4E} (\sigma_1 \sin 2\theta_0 - \sigma_3 \cos 2\theta_0) \right] \nu_l(0) = \\ &= \left[\cos \left(\frac{\Delta m_{12}^2 z}{4E} \right) - i(\sigma_1 \sin 2\theta_0 - \sigma_3 \cos 2\theta_0) \sin \left(\frac{\Delta m_{12}^2 z}{4E} \right) \right] \nu_l(0). \end{aligned} \quad (3.61)$$

Используя полученное решение, мы можем найти вероятности переходов между различными нейтринными состояниями и убедиться в совпадении с предыдущими результатами. Так например, если в начальном состоянии присутствует только электронное нейтрино, то вероятности обнаружения ν_μ и ν_e в точке с координатой z определяются соответственно выражениями

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\nu_e \nu_\mu} &= \left| (0, 1) \left[\cos \left(\frac{\Delta m_{12}^2 z}{4E} \right) - i(\sigma_1 \sin 2\theta_0 - \sigma_3 \cos 2\theta_0) \times \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times \sin \left(\frac{\Delta m_{12}^2 z}{4E} \right) \right] \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right|^2 = \sin^2 2\theta_0 \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{12}^2 z}{4E} \right), \end{aligned} \quad (3.62)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\nu_e \nu_e} &= \left| (1, 0) \left[\cos \left(\frac{\Delta m_{12}^2 z}{4E} \right) - i(\sigma_1 \sin 2\theta_0 - \sigma_3 \cos 2\theta_0) \times \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times \sin \left(\frac{\Delta m_{12}^2 z}{4E} \right) \right] \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right|^2 = 1 - \sin^2 2\theta_0 \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{12}^2 z}{4E} \right). \end{aligned} \quad (3.63)$$

Глава 4

Осцилляции нейтрино в веществе

Планеты и миры.

*Взаправду ли, во всей Вселенной
Все те же самые законы бытия?*

А. де Мюссе

4.1. Движение нейтрино в конденсированном веществе

Следующим этапом нашего анализа будет включение взаимодействия нейтрино с частицами материи. Основная идея нашего подхода будет заключаться в сведении совокупности взаимодействий нейтрино в веществе к движению в поле с потенциальной энергией. Могут возникнуть сомнения по поводу появления рассматриваемой задаче потенциальной энергии, связанной с силами действующими на нейтрино. Эти силы вызваны присутствием частиц материи (электронов, протонов и нейтронов), и согласованная теория требует квантовополевого описания всей системы. В таком фундаментальном описании взаимодействие нейтрино с веществом не является прямым процессом, оно осуществляется квантованным электрослабым полем, т.е. происходит благодаря обмену переносчиками электрослабого взаимодействия. Мы же желаем работать в рамках феноменологической теории. Нас интересует лишь движение единственной частицы — нейтрино, и действие частиц вещества разумно описать с помощью эффективного потенциала U_{eff} . С идеей об эффективном потенциале мы уже сталкивались и прежде. Вспомним введение в классической оптике показателя преломления. Хорошо известно, что в микроскопическом масштабе стекло, которое состоит из атомов, не является однородной средой. Описывая распространение световой волны — фотона — в рамках фундаментальной теории, мы должны были бы рассматривать взаимодействие световой волны со всеми атомами стекла. Однако, если ограничиться феноменологическим описанием распространением света через стекло, то суммарный эффект элементарных взаимодействий можно заменить некоторым эффективным показателем преломления. В нерелятивистской

квантовой механике описание эволюции частицы также основано на идее эффективного потенциала. Однако, описание электромагнитных свойств твердого тела с помощью показателя преломления имеет свои ограничения. Аналогично, взаимодействия между элементарными частицами не всегда могут быть полностью описаны потенциальной функцией.

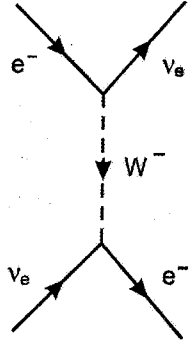


Рис. 4.1. Диаграмма Фейнмана для процесса $\nu_e + e^- \rightarrow W^{*-} \rightarrow \nu_e + e^-$

Это возможно только при описании взаимодействий с нерелятивистскими частицами при условии выполнения закона сохранения числа частиц.

Процедура введения потенциальной энергии взаимодействия нейтрино заключается в следующем. Сначала рассматривается взаимодействие нейтрино на единичном электроне, протоне и нейтроне, а затем производится усреднение по всем частицам вещества.

На рис. 4.1 приведена диаграмма Фейнмана для процесса упругого рассеяния электронного нейтрино на электроне за счет заряженных токов

$$\nu_e + e^- \rightarrow W^{*-} \rightarrow \nu_e + e^- \quad (4.1)$$

Матричный элемент соответствующий этой диаграмме дается выражением

$$M^{(a)} = \frac{g_L^2}{8} [\bar{e}(p_1)\gamma^\lambda(1+\gamma_5)\nu_e(p_2)] \frac{g_{\lambda\sigma} - (p_2 - p_1)_\lambda(p_2 - p_1)_\sigma/m_W^2}{(p_2 - p_1)^2 - m_W^2} \times \\ \times [\bar{\nu}_e(p_3)\gamma^\sigma(1+\gamma_5)e(p_4)]. \quad (4.2)$$

Вклад от второго слагаемого в пропагаторе W -бозона пропорционален квадрату массы электрона и может быть отброшен. Предположим также, что имеет место

$$(p_2 - p_1)^2 \ll m_W^2.$$

Тогда учитывая соотношение

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8m_W^2},$$

мы можем свести взаимодействие с обменом W -бозоном к эффективному лагранжиану, описывающему контактное взаимодействие нейтрино с электроном

$$\mathcal{L}_{eff} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{e}(p_1)\gamma^\lambda(1+\gamma_5)\nu_e(p_2)][\bar{\nu}_e(p_3)\gamma_\lambda(1+\gamma_5)e(p_4)] =$$

$$= -\frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{e}(p_1)\gamma^\lambda(1+\gamma_5)e(p_4)][\bar{\nu}_e(p_3)\gamma_\lambda(1+\gamma_5)\nu_e(p_2)], \quad (4.3)$$

где в последней строке мы использовали преобразование Фирца. Нас будет интересоваться только упругое рассеяние нейтрино вперед. Тогда, пренебрегая импульсами отдачи электронов вещества, мы получаем $p_2 = p_3 = p$. Таким образом, нейтрино ведет себя так, словно никакого рассеяния и не было. Теперь, согласно нашей стратегии, нам следует выделить определенный макроскопический объем V и выполнить в нем усреднение по всем электронным состояниям. Используя нерелятивистское разложение дираковских спиноров

$$e(x) = \begin{pmatrix} \varphi(x) \\ -i(\nabla \cdot \sigma)\varphi(x)/m_e \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

нетрудно убедиться в справедливости следующих формул

$$\int \bar{e}(x)\gamma^\lambda\gamma_5 e(x) dV = \begin{cases} \langle s_k \rangle, & \lambda = k \\ 0, & \lambda = 4 \end{cases}$$

$$\int \bar{e}(x)\gamma^k e(x) dV = \langle v_k \rangle, \quad \int \bar{e}(x)\gamma^0 e(x) dV = N_e,$$

где для обозначения средних значений проекций спина и скорости использован символ $\langle \rangle$ и N_e определяет плотность электронов в объеме V . Мы ограничимся случаем неполяризованного вещества, что обеспечит $\langle s \rangle = 0$ и будем предполагать, что $\langle v \rangle = 0$. Тогда, взаимодействие ν_e -нейтрино с электронами вещества за счет заряженных токов описывается эффективным лагранжианом взаимодействия

$$\mathcal{L}_{eff}^c = -\nu_{eL}^\dagger(x)U^c\nu_{eL}(x), \quad (4.5)$$

где $U^c = \sqrt{2}G_F N_e$.

Перейдем к рассмотрению вкладов в эффективный лагранжиан за счет процессов, обусловленных обменами Z -бозоном. Нейтральные токи индуцируют взаимодействие нейтрино как с электронами, так и нуклонами вещества. Диаграмма, соответствующая рассеянию нейтрино на электроне

$$\nu_e + e^- \rightarrow Z^* \rightarrow \nu_e + e^- \quad (4.6)$$

представлена на рис. 4.2.

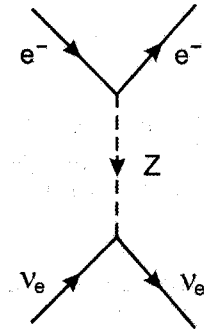


Рис. 4.2. Диаграмма Фейнмана для процесса $\nu_e + e^- \rightarrow Z^* \rightarrow \nu_e + e^-$

Что касается процессов рассеяния на нуклонах, то в фундаментальной теории нам следовало бы учесть составную структуру нуклонов, т.е. рассмотреть подпроцессы

$$\nu_e + q \rightarrow Z^* \rightarrow \nu_e + q \quad (q = u, d) \quad (4.7)$$

и только затем, используя функции распределения кварков в протоне и нейтроне, перейти к анализу реакций

$$\nu_e + N \rightarrow \nu_e + N \quad (N = p, n). \quad (4.8)$$

В дальнейшем мы собираемся применить наши результаты к солнечным нейтрино, максимальная энергия которых не превышает 18,8 МэВ. Длина волны де Бройля у таких нейтрино всего лишь 10^{-11} см, что на два порядка больше размеров нуклонов. Учет движения нуклонов дела не меняет, поскольку в солнечном веществе они представляют собой нерелятивистские объекты. Следовательно, при таком положении дел «увидеть» кварки внутри нуклонов нейтрино не могут и мы вправе от кварковых диаграмм перейти к диаграммам процессов (4.8).

Обратим внимание на тот факт, что нейтральные токи обуславливают тождественное взаимодействие всех сортов нейтрино с частицами вещества. Выполняя фирцевание и усреднение по частицам среды, мы получаем эффективный лагранжиан взаимодействия за счет нейтральных токов

$$\mathcal{L}_{eff}^n = -\sqrt{2}G_F \left[\sum_f N_f (I_{3L}^f - 2 \sin^2 \theta_W Q^f) \right] \left[\sum_l \nu_{lL}^\dagger(x) \nu_{lL}(x) \right], \quad (4.9)$$

где $f = e^-, p, n$, I_{3L}^f — третья компонента слабого изоспина фермиона f , Q^f — электрический заряд фермиона f , выраженный в $|e|$, e — заряд электрона. Так как

$$I_{3L}^e = I_{3L}^n = -I_{3L}^p = -\frac{1}{2},$$

то в нейтральном веществе, где $N_e = N_p$, величина \mathcal{L}_{eff}^n принимает вид

$$\mathcal{L}_{eff}^n = \sum_l \nu_{lL}^\dagger(x) U^n \nu_{lL}(x), \quad (4.10)$$

где

$$U^n = \frac{1}{\sqrt{2}} G_F N_n.$$

Таким образом взаимодействие нейтринного пучка с веществом описывается лагранжианом взаимодействия

$$\mathcal{L}_{int} = \mathcal{L}_{eff}^e + \mathcal{L}_{eff}^n = - \sum_l \nu_{lL}^\dagger(x) U_l \nu_{lL}(x), \quad (4.11)$$

где

$$U_{\nu_e} = \sqrt{2}G_F \left(N_e - \frac{1}{2}N_n \right), \quad U_{\nu_\mu} = U_{\nu_\tau} = -\frac{1}{\sqrt{2}}G_F N_n.$$

Далее из соображения простоты перейдем к двухфлейворному базису ($e\mu$ -смешивание). Используя выражения для свободного и взаимодействующего лагранжианов и повторяя процедуру вывода уравнения эволюции нейтрино в свободном и одномерном случае, мы приходим к уравнению

$$i \frac{d}{dz} \nu_l(z) = H(z) \nu_l(z), \quad (4.12)$$

с гамильтонианом

$$H(z) = E + \frac{m_1^2 + m_2^2}{4E} - \frac{1}{\sqrt{2}} G_F N_n(z) + \frac{\tilde{M}^2}{2E}, \quad (4.13)$$

где

$$\tilde{M}^2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\Delta m^2 \cos 2\theta_0 + 2A & \Delta m^2 \sin 2\theta_0 \\ \Delta m^2 \sin 2\theta_0 & \Delta m^2 \cos 2\theta_0 \end{pmatrix}$$

и мы ввели величину $A = 2\sqrt{2}G_F E N_e$. При выводе уравнения (4.13) было также учтено, что плотность вещества в самом общем случае может изменяться при переходе от одного объема к другому, когда выполняется усреднение по пути следования нейтрино.

Эффективный угол смешивания нейтрино в веществе будет даваться выражением

$$\tan 2\theta_m = \frac{2H_{12}}{H_{22} - H_{11}} = \frac{\Delta m^2 \sin 2\theta_0}{\Delta m^2 \cos 2\theta_0 - A}, \quad (4.14)$$

Характер поведения θ_m становится более очевидным если мы перепишем соотношение (4.14) в такой форме

$$\sin^2 2\theta_m = \frac{(\Delta m^2)^2 \sin^2 2\theta_0}{(\Delta m^2 \cos 2\theta_0 - A)^2 + (\Delta m^2)^2 \sin^2 2\theta_0}. \quad (4.15)$$

Из (4.15) немедленно следует, что в среде с переменной плотностью электронов зависимость θ_m от N_e носит резонансный характер. При

$$A = \Delta m^2 \cos 2\theta_0 \quad (3.16)$$

угол смешивания в веществе достигает своего максимального значения равного $\pi/4$. Чтобы глубже осознать последствия такого поведения, предположим, что движение потока нейтрино происходит в среде с постоянной плотностью электронов. Еще более упростим ситуацию, полагая, что

речь идет об усредненных по времени осцилляциях. Тогда вероятность $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ -перехода дается выражением

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu} = \frac{1}{2} \sin^2 2\theta_m. \quad (4.17)$$

Поскольку $P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}$ есть по существу величина пропорциональная дифференциальному сечению реакции $\nu_e e^- \rightarrow \nu_\mu e^-$ ($d\sigma_{\nu_e e^- \rightarrow \nu_\mu e^-} |_{\theta=0}$, где θ — угол рассеяния нейтрино), то на резонансе, т.е. при выполнении (4.16), ее поведение описывается формулой Брейта—Вигнера

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu} = \frac{\text{const}}{(N_e(z) - N_R)^2 + \Gamma^2}, \quad (4.18)$$

где N_R — плотность электронов вещества в точке резонанса и $\Gamma = \delta N_e$ — ширина резонанса в нашем случае равная $N_R \tan 2\theta_0$. Итак, при движении нейтринного потока в среде с переменной плотностью при выполнении условия (4.16) происходит резкое увеличение вероятности перехода нейтрино из одного флейворного состояния в другое. Эффект резонансного усиления осцилляций в веществе был предсказан Л. Вольфенштайном [36], П. Михеевым и Ю. Смирновым [38] и получил название эффекта Михеева—Смирнова—Вольфенштайна (МСВ).

В веществе связь между физическими и флейворными состояниями определяется теми же соотношениями, что и в вакууме, но с заменой $\theta_0 \rightarrow \theta_m$

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\nu}_1 &= \nu_e \cos \theta_m + \nu_\mu \sin \theta_m, \\ \tilde{\nu}_2 &= -\nu_e \sin \theta_m + \nu_\mu \cos \theta_m. \end{aligned} \right\} \quad (4.19)$$

Очевидно, что случай $\theta_0 \sim \pi/2$ следует исключить. Действительно, если бы это было справедливо, то в вакууме, $\nu_1 \approx \nu_\mu$ и $\nu_2 \approx \nu_e$, а при попадании в вещество из-за близости θ_m к нулю $\tilde{\nu}_1$ становилось бы в основном состоящим из ν_e , а $\tilde{\nu}_2$ — из ν_μ . Однако этот результат остается справедливым и для среды с исчезающе малой плотностью, где никаких причин для столь резкого изменения состава нейтринного пучка нет. Итак, разумно считать, что углы смешивания заключены в интервале от 0 до $\pi/4$.

Посмотрим на формулу (4.15) глазами экспериментатора. Перепишем величину N_R

$$N_R = \frac{\Delta m^2 \cos 2\theta_0}{2\sqrt{2}EG_F}, \quad (4.20)$$

в обычных единицах

$$(\rho(\text{г/см}^3)n_e)_R = 7,07 \times 10^6 \cos 2\theta_0 \frac{\Delta m^2(\text{эВ}^2)}{E(\text{МэВ})}, \quad (4.21)$$

где ρ — плотность вещества и n_e — число электронов вещества в одной а.е.м. В центральной части Солнца $\rho \sim 150 \text{ г/см}^3$ и монотонно падает к периферии, достигая, к примеру, $\sim 15 \text{ г/см}^3$ на расстоянии $R_\odot/3$. Величина n_e при переходе от солнечного центра к поверхности варьируется от 0,7 до 0,9. Тогда, если Δm^2 имеет порядок 10^{-4} , то в условиях Солнца, где энергии нейтрино достигают значений 18,8 МэВ, МСВ эффект будет возможен (для $E = 10 \text{ МэВ}$ это произойдет при $\rho n_e \sim 100$). Для Земли n_e имеет тот же порядок $\sim 1/2$, а плотности вещества гораздо ниже от $\sim 13 \text{ г/см}^3$ в центре до $\sim 3 \text{ г/см}^3$ на поверхности. Теперь для возникновения МСВ эффекта, при том же значении Δm^2 , нейтрино должно иметь энергию на порядок выше, чем в предыдущем случае. Однако для надежной регистрации этого эффекта нам необходимо не только точное знание спектра солнечных нейтрино, но и локализация области рождения солнечных нейтрино (где, по всей вероятности никогда не удастся избавиться от значительных неопределенностей). Очевидно, что идеалом для наблюдения МСВ эффекта являются так называемые «long-baseline» — осцилляционные эксперименты, в которых нейтринный пучок, созданный на ускорителе, проходит земную толщу на расстоянии L и регистрируется подземным детектором. Варьирую в широком интервале энергию нейтрино мы имеем 100 % шансы наблюдать МСВ эффект.

Вернемся к анализу уравнения (4.12). Переход из ν_e - в ν_μ -состояние есть не что иное как переход между двумя энергетическими уровнями. Решая уравнение на собственные значения для оператора $H(z)$, получаем эффективные значения энергии для состояний в физическом базисе

$$\tilde{E}_i = E - \frac{1}{\sqrt{2}} G_F N_n(z) + \frac{\tilde{m}_i^2}{2E}, \quad (4.22)$$

где

$$\tilde{m}_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \left[m_1^2 + m_2^2 + A \mp \sqrt{(\Delta m^2 \cos 2\theta_0 - A)^2 + (\Delta m^2)^2 \sin^2 2\theta_0} \right]. \quad (4.23)$$

Эффективные энергии нейтрино в веществе можно представить как функции параметра $\epsilon = A/(\Delta m^2 \cos 2\theta_0)$. Ограничимся для простоты случаем когда θ_0 мало. Наглядность здесь достигается за счет того, что теперь в вакууме $\tilde{\nu}_1$ можно считать практически электронным нейтрино, а $\tilde{\nu}_2$ — мюонным нейтрино. На рис. 4.3 мы представляем $E_{1,2}(\epsilon)$ для случая $\theta_0 = 0,1$.

Там же приведены и средние значения энергии ν_e - и ν_μ -состояний $\langle E_{\nu_e}(\epsilon) \rangle$ и $\langle E_{\nu_\mu}(\epsilon) \rangle$, которые есть не что иное как диагональные элементы матрицы $H(z)$ (в этом нетрудно убедиться, определяя среднее значение оператора Гамильтона по макроскопическим, но настолько малым, что в них можно считать N_e и N_n постоянными, величинами, объемам вдоль

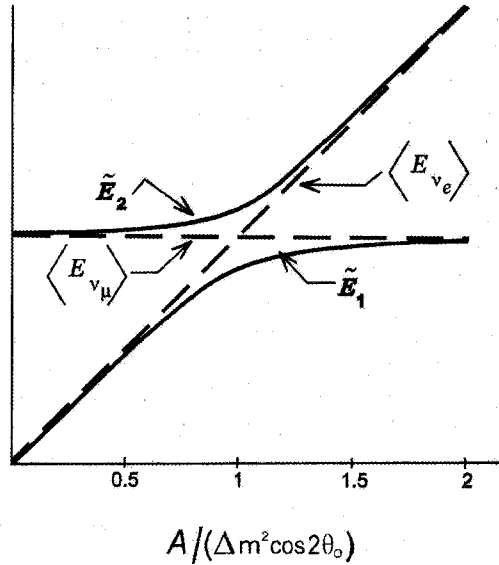


Рис. 4.3. Эффективные энергии нейтрино в веществе

движения нейтринного потока). Как мы видим в точке резонанса $\langle E_{\nu_e}(\epsilon) \rangle$ и $\langle E_{\nu_\mu}(\epsilon) \rangle$ пересекаются, т.е. имеет место знакомое нам из квантовой механики явление пересечения уровней. Из рис. 4.3 также можно заключить, что при малых плотностях $\tilde{E}_1(\epsilon)$ ($\tilde{E}_2(\epsilon)$) близко к $\langle E_{\nu_e}(\epsilon) \rangle$ ($\langle E_{\nu_\mu}(\epsilon) \rangle$), а при больших плотностях — к $\langle E_{\nu_\mu}(\epsilon) \rangle$ ($\langle E_{\nu_e}(\epsilon) \rangle$). Как и следует ожидать, этот же результат дает анализ соотношений (4.19), определяющих смешивание состояний в веществе. Действительно, если $N_e \rightarrow 0$, то $\theta_m \rightarrow \theta_0$ и $\tilde{\nu}_1 \simeq \nu_e$, а $\tilde{\nu}_2 \simeq \nu_\mu$. С другой стороны, когда $N_e \rightarrow \infty$, то $\theta_m \rightarrow \pi/2$ и $\tilde{\nu}_1 \simeq \nu_\mu$, а $\tilde{\nu}_2 \simeq \nu_e$. Заметим также, что длина осцилляций в веществе

$$l_m = \frac{4\pi E}{\tilde{m}_2^2 - \tilde{m}_1^2} = \frac{4\pi E}{\Delta m^2 \sqrt{(\cos 2\theta_0 - A/\Delta m^2)^2 + \sin^2 2\theta_0}} \quad (4.24)$$

уменьшается по отношению к длине осцилляций в вакууме.

Для получения вероятностей перехода нам следует обратиться к уравнению эволюции для флейворных состояний. Переходя от матричного уравнения к системе двух уравнений, исключая из них $\nu_e(z)$ и учитывая, что только \tilde{H}_{11} зависит от z , получаем

$$\frac{d^2 \nu_\mu}{dz^2} + i(\tilde{H}_{11} + \tilde{H}_{22}) \frac{d\nu_\mu}{dz} + (\tilde{H}_{12}^2 - \tilde{H}_{11}\tilde{H}_{22}) \nu_\mu(z) = 0. \quad (4.25)$$

Уравнение (4.25) можно значительно упростить если использовать новую функцию

$$\psi_\mu(z) = \left[\exp \left(-i \int_0^z \tilde{H}_{22}(z') dz' \right) \right] \nu_\mu(z),$$

отличающуюся от $\nu_\mu(z)$ только фазой, что никак не повлияет на форму выражений для вероятностей. После этой процедуры уравнение (4.25) приобретает вид

$$\left[\frac{d^2}{dz^2} + i(\tilde{H}_{11} - \tilde{H}_{22}) \frac{d}{dz} + \tilde{H}_{12}^2 \right] \psi_\mu(z) = 0. \quad (4.26)$$

Теперь нам следует подставить в \tilde{H}_{11} выражение для $N_e(z)$ и, используя граничные условия

$$|\nu_e(-\infty)| = 1, \quad \nu_\mu(-\infty) = 0,$$

решить полученное уравнение. Искомая вероятность перехода для электронного нейтрино определится как $|\nu_\mu(z)|^2$.

Однако, для анализа поведения нейтринного пучка в веществе нам желательно иметь аналитическое решение без конкретизации явного вида $N_e(z)$. Помочь нам достигнуть этой цели могут лишь только приближенные методы решения уравнений в квантовой теории.

4.2. Адиабатическое приближение

Опуская в правой части уравнения (4.12) величину пропорциональную единичной матрице, мы получаем

$$i \frac{d}{dz} \nu_i(z) = \frac{\tilde{M}^2}{2E} \nu_i(z). \quad (4.27)$$

Выполним переход в этом уравнении к физическому базису и учтем факт зависимости θ_m от координаты. Это даст нам следующее уравнение

$$i \frac{d}{dz} \tilde{\nu}_i(z) = \left(\frac{1}{2E} \tilde{U}^\dagger \tilde{M}^2 \tilde{U} - i \tilde{U}^\dagger \frac{d}{dz} \tilde{U} \right) \nu_i(z), \quad (4.28)$$

где

$$\tilde{U} = \begin{pmatrix} \cos \theta_m & \sin \theta_m \\ -\sin \theta_m & \cos \theta_m \end{pmatrix}.$$

Первое слагаемое в круглых скобках правой части уравнения (4.28) дает величину $\text{diag}(\tilde{m}_1^2, \tilde{m}_2^2)/(2E)$. Тогда, используя явный вид матрицы \tilde{U}

получаем уравнение

$$i \frac{d}{dz} \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_1(z) \\ \tilde{\nu}_2(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\tilde{m}_1^2 - \tilde{m}_2^2}{4E} & i \frac{d\theta_m}{dz} \\ -i \frac{d\theta_m}{dz} & \frac{\tilde{m}_2^2 - \tilde{m}_1^2}{4E} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_1(z) \\ \tilde{\nu}_2(z) \end{pmatrix}, \quad (4.29)$$

где мы, следуя нашей традиции, в правой части уравнения опустили величину

$$\frac{\tilde{m}_1^2 + \tilde{m}_2^2}{4E} I.$$

Очевидно, что нахождение решения уравнения (4.29) не представит никакого труда, если условия задачи позволят нам пренебречь недиагональными элементами гамильтониана по отношению к диагональным. Это окажется возможным, при выполнении

$$\left| \frac{d\theta_m}{dz} \right| \ll \frac{|\tilde{m}_2^2 - \tilde{m}_1^2|}{4E}. \quad (4.30)$$

Полученное неравенство требует малой скорости изменения угла смешивания в веществе, а поскольку это изменение обусловлено взаимодействием нейтрино со средой, то взаимодействие должно носить характер адиабатического возмущения. Итак, все говорит нам о том, что условие (4.30) окажется выполненным в адиабатическом случае. Проверим, так ли это в самом деле.

Возмущение можно считать адиабатическим, если под его действием система переходит между состояниями с энергиями E_1 и E_2 за время δt , таким образом, что выполняется неравенство

$$\delta E \delta t \gg 1, \quad (4.31)$$

где

$$\delta E = (\tilde{E}_2 - \tilde{E}_1)_{\min}.$$

Своего минимума разность $\tilde{E}_2 - \tilde{E}_1$ достигает на резонансе. Следовательно, если условие (4.31) выполнится в области резонанса, то оно окажется справедливым и во всех других областях. Из выражения (4.22) находим

$$\delta E = \frac{\Delta m^2}{2E} \sin 2\theta_0. \quad (4.32)$$

Время перехода мы можем представить следующим образом

$$\delta t = \delta z = \left(\frac{1}{N_e} \frac{dN_e}{dz} \right)^{-1} \frac{\delta N_e}{N_e} = \left(\frac{1}{N_e} \frac{dN_e}{dz} \right)^{-1} \frac{\Gamma}{N_e}. \quad (4.33)$$

Используя для ширины резонанса значение $\Gamma \approx (N_e)_R \tan 2\theta_0$, где

$$(N_e)_R = \frac{\Delta m^2 \cos 2\theta_0}{2\sqrt{2}G_F E},$$

получаем условие адиабатичности в резонансной области

$$1 \ll \frac{\Delta m^2 \sin^2 2\theta_0}{2E \cos 2\theta_0} \left(\left| \frac{d}{dz} \ln N_e \right| \right)_R^{-1}. \quad (4.34)$$

Посмотрим, к такому ли результату приведет условие малости недиагональных элементов гамильтониана уравнения (4.29). Используя выражение (4.14), находим

$$\left| \frac{d\theta_m}{dz} \right| = \frac{\sqrt{2}G_F E \Delta m^2 \sin 2\theta_0}{(\Delta m^2 \cos 2\theta_0 - A)^2 + (\Delta m^2)^2 \sin^2 2\theta_0} \frac{dN_e}{dz}. \quad (4.35)$$

С учетом соотношения (4.35) и определений $\tilde{m}_{1,2}^2$ неравенство (4.30) можно представить в виде

$$\left| \frac{dN_e}{dz} \right| \ll \frac{[(\Delta m^2 \cos 2\theta_0 - A)^2 + (\Delta m^2)^2 \sin^2 2\theta_0]^{3/2}}{4\sqrt{2}G_F E^2 \Delta m^2 \sin 2\theta_0}, \quad (4.36)$$

или, вводя параметр $\gamma(z)$ как

$$1 \ll \gamma(z), \quad (4.37)$$

где

$$\begin{aligned} \gamma(z) &= \frac{[(\Delta m^2 \cos 2\theta_0 - A)^2 + (\Delta m^2)^2 \sin^2 2\theta_0]^{3/2}}{4\sqrt{2}G_F E^2 \Delta m^2 \sin 2\theta_0} \left(\left| \frac{dN_e}{dz} \right| \right)^{-1} = \\ &= \frac{(\Delta m^2)^2 \sin^2 2\theta_0}{4\sqrt{2}G_F E^2 \sin^3 2\theta_m} \left(\left| \frac{dN_e}{dz} \right| \right)^{-1}. \end{aligned} \quad (4.38)$$

На резонансе величина $\gamma(z)$ определяется соотношением

$$\gamma_R = \frac{\Delta m^2 \sin^2 2\theta_0}{2E \cos 2\theta_0} \left(\left| \frac{d}{dz} \ln N_e \right| \right)^{-1}. \quad (4.39)$$

Таким образом, на резонансе условие адиабатичности есть не что иное как условие, при котором в гамильтониане недиагональные элементы являются много меньшими чем диагональные элементы. Очевидно, что величина $\gamma(z)$ имеет смысл параметра адиабатичности.

Если электронная плотность велика, то $\theta_m \rightarrow \pi/2$ и $\gamma \gg 1$. В случае исчезающе малых значений $N_e(z)$, $\theta_m \rightarrow \theta_0$ и параметр адиабатичности снова оказывается большим. Однако в области резонанса, где $\theta_m \rightarrow \pi/4$ величина γ_R может оказаться какой угодно.

Решая уравнение эволюции (4.29) в адиабатическом приближении и переходя к флейворному базису, получаем

$$\nu_e(z)^{ad} = \nu_1(0) \left\{ \exp \left[i \int_0^z \tilde{E}_1(z') dz' \right] \right\} \cos \theta_s + \nu_2(0) \left\{ \exp \left[i \int_0^z \tilde{E}_2(z') dz' \right] \right\} \sin \theta_s, \quad (4.40)$$

$$\nu_\mu(z)^{ad} = -\nu_1(0) \left\{ \exp \left[i \int_0^z \tilde{E}_1(z') dz' \right] \right\} \sin \theta_s + \nu_2(0) \left\{ \exp \left[i \int_0^z \tilde{E}_2(z') dz' \right] \right\} \cos \theta_s, \quad (4.41)$$

где мы предположили, что нейтрино рождается в веществе и индекс s определяет угол смешивания в точке рождения. В соотношениях (4.40) и (4.41) мы также учли, что если принять во внимание отброшенные ранее величины, пропорциональные I , то диагональные элементы гамильтониана суть собственные значения энергии. Используя выражения для волновых функций нейтрино, мы без труда можем определить интересующие нас вероятности. Так, если расстояние от источника генерации нейтринного пучка до детектора равно L , то вероятность выживания электронного нейтрино дается выражением

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\nu_e \nu_e}^{ad}(L) &= \left| \exp \left[i \int_0^L \tilde{E}_1(z') dz' \right] \cos \theta_s \cos \theta_D + \right. \\ &\quad \left. + \exp \left[i \int_0^L \tilde{E}_2(z') dz' \right] \sin \theta_s \sin \theta_D \right|^2 = \\ &= \frac{1}{2} \left\{ 1 + \cos 2\theta_s \cos 2\theta_D + \sin 2\theta_s \sin 2\theta_D \times \right. \\ &\quad \left. \times \cos \left[\int_0^L (\tilde{E}_2(z') - \tilde{E}_1(z')) dz' \right] \right\}, \quad (4.42) \end{aligned}$$

где θ_D — угол смешивания в области нахождения детектора. Из условия адиабатичности возмущения следует, что аргумент косинуса в третьем слагаемом, содержащем интеграл от энергий не мал. Следовательно, при

усреднении этим осциллирующим слагаемым можно пренебречь, что даст нам уже знакомое выражение для усредненной по времени вероятности выживания ν_e .

4.3. Неадиабатические эффекты

Поскольку в неадиабатическом случае отличны от нуля недиагональные элементы гамильтониана уравнения эволюции в физическом базисе, то становятся возможными переходы между $\tilde{\nu}_1$ - и $\tilde{\nu}_2$ -состояниями с вероятностью W_{12} , которую мы далее будем называть как вероятность пересечения уровней. Сначала мы установим к каким изменениям в выражении для вероятности выживания ν_e приведет учет эффектов неадиабатичности, а затем уже определим величину W_{12} .

Предположим, что ν_e генерируется в точке с координатой z_s , проходит через резонанс в точке z_r и детектируется в вакууме в точке z_d . В момент рождения волновая функция системы имеет вид

$$\psi(z_s) = \tilde{\nu}_1(z_s) \cos \theta_s + \tilde{\nu}_2(z_s) \sin \theta_s, \quad (4.43)$$

где θ_s — угол смешивания в точке z_s . В точке с координатой $z_r - \delta z$ эта же функция определяется выражением

$$\begin{aligned} \psi(z_r - \delta z) &= \tilde{\nu}_1(z_r) \cos \theta_s \exp \left[i \int_{z_s}^{z_r} \tilde{E}_1(z') dz' \right] + \\ &\quad + \tilde{\nu}_2(z_r) \sin \theta_s \exp \left[i \int_{z_s}^{z_r} \tilde{E}_2(z') dz' \right]. \quad (4.44) \end{aligned}$$

В точке $z \simeq z_r$ возможен $\tilde{\nu}_1 \leftrightarrow \tilde{\nu}_2$ -переход, т. е.

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\nu}_1(z_r) &\rightarrow \alpha \tilde{\nu}_1(z_r) + \beta \tilde{\nu}_2(z_r), \\ \tilde{\nu}_2(z_r) &\rightarrow -\beta^* \tilde{\nu}_1(z_r) + \alpha^* \tilde{\nu}_2(z_r), \end{aligned} \right\} \quad (4.45)$$

где из условия нормировки следует

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1.$$

Следовательно, после прохождения резонансной точки, волновая функция дается выражением

$$\psi(z_r + \delta z) = [\alpha \tilde{\nu}_1(z_r) + \beta \tilde{\nu}_2(z_r)] \cos \theta_s \exp \left[i \int_{z_s}^{z_r} \tilde{E}_1(z') dz' \right] +$$

$$+ [-\beta^* \tilde{\nu}_1(z_r) + \alpha^* \tilde{\nu}_2(z_r)] \sin \theta_s \exp \left[i \int_{z_s}^{z_r} \tilde{E}_2(z') dz' \right] \equiv \\ \equiv A(z_s, z_r) \tilde{\nu}_1(z_r) + B(z_s, z_r) \tilde{\nu}_2(z_r). \quad (4.46)$$

При $z > z_r$ распространение нейтринного пучка описывается следующим образом

$$\psi(z) = A(z_s, z_r) \tilde{\nu}_1(z) \exp \left[i \int_{z_r}^z \tilde{E}_1 dz' \right] + B(z_s, z_r) \tilde{\nu}_2(z) \exp \left[i \int_{z_r}^z \tilde{E}_2 dz' \right]. \quad (4.47)$$

Пройдя расстояние L до детектора волновая функция становится равной

$$\nu_e(L) = A(z_s, z_r) [\nu_e \cos \theta_0 - \nu_\mu \sin \theta_0] \exp \left[i \int_{z_r}^L \tilde{E}_1 dz' \right] + \\ + B(z_s, z_r) [\nu_e \sin \theta_0 + \nu_\mu \cos \theta_0] \exp \left[i \int_{z_r}^L \tilde{E}_2 dz' \right]. \quad (4.48)$$

Тогда амплитуда выживания электронного нейтрино определится выражением

$$\mathcal{A}_{\nu_e \nu_e} = A(z_s, z_r) \cos \theta_0 \exp \left[i \int_{z_r}^L \tilde{E}_1(z') dz' \right] + \\ + B(z_s, z_r) \sin \theta_0 \exp \left[i \int_{z_r}^L \tilde{E}_2(z') dz' \right], \quad (4.49)$$

с помощью которого соответствующая вероятность примет вид

$$\mathcal{P}_{\nu_e \nu_e} = |A(z_s, z_r)|^2 \cos^2 \theta_0 + |B(z_s, z_r)|^2 \sin^2 \theta_0 + \\ + 2|A(z_s, z_r)B(z_s, z_r)| \sin \theta_0 \cos \theta_0 \times \\ \times \cos \left\{ \int_{z_r}^L [\tilde{E}_1(z') - \tilde{E}_2(z')] dz' + \arg [A^*(z_s, z_r)B(z_s, z_r)] \right\}. \quad (4.50)$$

При усреднении по положению детектора, последняя величина в (4.50) обращается в ноль и мы имеем

$$\mathcal{P}_{\nu_e \nu_e} = |A(z_s, z_r)|^2 \cos^2 \theta_0 + |B(z_s, z_r)|^2 \sin^2 \theta_0 =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} (|\alpha|^2 - |\beta|^2) \cos 2\theta_s \cos 2\theta_0 - |\alpha\beta| \sin 2\theta_s \cos 2\theta_0 \times \\ \times \cos \left[\int_{z_s}^{z_r} [\tilde{E}_1(z') - \tilde{E}_2(z')] dz' + \arg (\alpha^* \beta) \right]. \quad (4.51)$$

Выполняя также усреднение по области рождения нейтрино, что приводит к исчезновению в (4.51) последнего слагаемого, получаем окончательное выражение для вероятности выживания электронного нейтрино в общем случае

$$\mathcal{P}_{\nu_e \nu_e} = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} - W_{12} \right) \cos 2\theta_s \cos 2\theta_0, \quad (4.52)$$

где мы учли, что $|\beta|^2 \equiv W_{12}$. В адиабатическом случае $W_{12} = 0$ и мы приходим к уже знакомому выражению для $\mathcal{P}_{\nu_e \nu_e}^{ad}$. Если $N_e \rightarrow \infty$, то $\cos 2\theta_s \rightarrow -1$ и мы получаем

$$(\mathcal{P}_{\nu_e \nu_e})_\infty = \sin^2 \theta_0 + W_{12} \cos 2\theta_0, \quad (4.53)$$

из которого следует, что в этом случае при малых θ_0 вероятность выживания ν_e равна вероятности пересечения уровней.

Наша следующая задача заключается в нахождении величины W_{12} . Поскольку условие квазиклассичности

$$\left| \frac{d\lambda_{\nu_i}}{dz} \right| \ll 1, \quad (4.54)$$

где λ_{ν_i} — длина волны де Бройля для ν_i -нейтрино, оказывается выполненным, то при решении этой задачи можно воспользоваться квазиклассическим приближением. В общем случае квазиклассическая формула для пересечения энергетических уровней была получена Ландау [39]. Иногда в литературе технику, использованную Ландау, называют методом комплексных траекторий. Непосредственно для солнечных нейтрино этот метод был применен в работах [40]. Приступим к нахождению W_{12} .

Волновые функции нейтрино в базисе массовых состояний с точностью до предэкспоненциального множителя имеют вид

$$\tilde{\nu}_1 \approx \exp [iS_1(z_i, z_0)], \quad \tilde{\nu}_2 \approx \exp [iS_2(z_0, z_f)], \quad (4.55)$$

где S_1 и S_2 — нейтринные функции действия, z_i и z_f — точки входа и выхода из неадиабатической области, а z_0 — «точка перехода», в которой имеет место пересечение энергетических уровней $\tilde{\nu}_1$ - и $\tilde{\nu}_2$ -состояний. S_1 и S_2 являются комплексными величинами, что отражает факт неосуществимости процесса с точки зрения классической физики. В частности,

оказывается комплексной «точка перехода» z_0 . Используя (4.55) находим, что вероятность пересечения уровней дается выражением

$$W_{12} \approx \exp \left\{ -2 \operatorname{Im} [S_1(z_i, z_0) + S_2(z_0, z_f)] \right\}. \quad (4.56)$$

Поскольку точки z_i и z_f лежат на вещественной оси, то мнимая часть действия не изменится если мы примем $z_i = z_f = z_r$. Тогда (4.56) переписывается в виде

$$W_{12} \approx \exp \left\{ -2 \operatorname{Im} \int_{z_r}^{z_0} [\tilde{E}_2(z') - \tilde{E}_1(z')] dz' \right\}. \quad (4.57)$$

Переходя к переменной A получаем выражение

$$W_{12} \approx \exp \left\{ -\frac{1}{E} \operatorname{Im} \left[\int_{A_R}^{A_0} dA \left(\frac{dA}{dz'} \right)^{-1} \times \sqrt{(\Delta m^2 \cos 2\theta_0 - A)^2 + (\Delta m^2)^2 \sin^2 2\theta_0} \right] \right\}, \quad (4.58)$$

где $A_R = \Delta m^2 \cos 2\theta_0$ и верхний предел интегрирования A_0 представляет собой значение A в «точке перехода» z_0 , т. е. A_0 находится из условия пересечения уровней

$$\tilde{E}_1 = \tilde{E}_2. \quad (4.59)$$

Однако, для реальных значений A это уравнение решений не имеет, поскольку, как следует из рис. 4.3, энергетические уровни \tilde{E}_1 и \tilde{E}_2 не пересекаются. Подставляя в (4.59) значения $\tilde{E}_{1,2}$ приходим к уравнению

$$\sqrt{(\Delta m^2 \cos 2\theta_0 - A_0)^2 + (\Delta m^2)^2 \sin^2 2\theta_0} = 0, \quad (4.60)$$

решением которого является

$$A_0 = \Delta m^2 \exp(\pm 2i\theta_0). \quad (4.61)$$

Чтобы оценить интеграл в (4.58) нам необходимо знать явный вид функции $N_e(z)$ в резонансной области. Давайте рассмотрим случай, когда плотность электронов обладает линейной зависимостью в резонансной области

$$N_e(z) = N_e(z)|_{z_r} + (z - z_r) \left(\frac{dN_e(z)}{dz} \right)_{z_r}, \quad (4.62)$$

Это сделает постоянной величину dA/dz и мы можем вынести ее за знак интеграла. Поскольку W_{12} должна быть меньше или равна 1, то нам надо позаботиться о сохранении отрицательного знака в экспоненте. Тогда,

если величина dA/dz — положительна (отрицательна), то следует брать положительное (отрицательное) значение экспоненты для A_0 . Учитывая обе возможности и переходя к новой переменной

$$y = \frac{A - \Delta m^2 \cos 2\theta_0}{\Delta m^2 \sin 2\theta_0},$$

получаем

$$\begin{aligned} W_{12} &\approx \exp \left\{ -\frac{(\Delta m^2)^2 \sin^2 2\theta_0}{E|dA/dz|_r} \operatorname{Im} \left[\int_0^i dy \sqrt{1+y^2} \right] \right\} = \\ &= \exp \left[-\frac{(\Delta m^2)^2 \sin^2 2\theta_0}{E|dA/dz|_r} \cdot \frac{\pi}{4} \right] = \\ &= \exp \left[-\frac{\Delta m^2 \sin^2 2\theta_0}{E \cos 2\theta_0} \left(\left| \frac{d}{dz} \ln A \right|_r \right)^{-1} \cdot \frac{\pi}{4} \right] = \\ &= \exp \left(-\frac{\gamma_R \pi}{4} \right). \end{aligned} \quad (4.63)$$

Формула для пересечения уровней в случае линейной плотности электронов может быть получена непосредственно из решения уравнения Шрёдингера, как это было выполнено в работе Зенера [41]. Предположим для простоты, что резонанс происходит в точке $z = 0$. Тогда, вводя новую функцию

$$\psi_\mu(z) = f(z) \exp \left[-\frac{1}{2} \int_0^z (\tilde{H}_{22} - \tilde{H}_{11}) dz' \right]$$

и новую переменную

$$y = z \exp \left[-i \frac{\pi}{4} \right] \sqrt{\sqrt{2} G_F N_e(0)},$$

мы от уравнения (4.26) приходим к уравнению для функции параболического цилиндра [42]

$$\left[\frac{d^2}{dy^2} + \left(n + \frac{1}{2} - \frac{y^2}{4} \right) \right] f(y) = 0, \quad (4.64)$$

где

$$n = \frac{i \tilde{H}_{12}^2}{\sqrt{\sqrt{2} G_F N_e(0)}}, \quad \dot{N}_e(0) \equiv \left(\frac{dN_e}{dz} \right)_0.$$

Из четырех решений уравнения (4.64)

$$f(y) = D_n(y), D_n(-y), D_{-n-1}(iy), D_{-n-1}(-iy),$$

начальному условию $\nu_\mu(-\infty) = 0$ удовлетворяет функция $D_{-n-1}(-iz)$ при условии, что $z = Re^{3\pi i/4}$ (напомним, что асимптотика функции D зависит от значения фазы). Таким образом искомое решение имеет вид

$$f(y) = CD_{-n-1}(iRe^{3\pi i/4}), \quad (4.65)$$

где C — нормировочная константа. Для определения C нам следует вернуться к уравнению (4.26) и переписать его для $\nu_e(z)$. Решением полученного уравнения будет функция параболического цилиндра $D_{-n-1}(iRe^{-\pi i/4})$. Удерживая в асимптотическом разложении решения только лидирующее слагаемое, находим

$$D_{-n-1}(iRe^{-\pi i/4}) \sim e^{-i\pi(n+1)/4} e^{-iR^2/4} R^{-n-1}. \quad (4.66)$$

Требуя выполнения (4.66), приходим к результату

$$C = \sqrt{\kappa} \exp \left[\frac{-\pi\kappa}{4} \right], \quad (4.67)$$

где мы положили $\kappa = -in$. Далее в разложении функции $D_{-n-1}(iRe^{3\pi i/4})$ при $R \rightarrow \infty$ учтем только два первых доминирующих члена

$$D_{-n-1}(iRe^{3\pi i/4}) \sim \frac{\sqrt{2\pi}}{\Gamma(n+1)} R^n e^{i\pi n/4} e^{iR^2/4} + R^{-n-1} e^{3i\pi(n+1)/4} e^{-iR^2/4}. \quad (4.68)$$

Тогда с учетом (4.67) и (4.68), искомая вероятность определится соотношением

$$\begin{aligned} W_{12} &\equiv |\nu_\mu(\infty)|^2 = 4\kappa e^{-\pi\kappa/2} \frac{\sqrt{2\pi}}{[\Gamma(i\kappa+1)\Gamma(-i\kappa+1)]^{1/2}} e^{-\pi\kappa/2} = \\ &= 2 \operatorname{sh}(\pi\kappa) e^{-\pi\kappa} = 1 - e^{-2\pi\kappa}, \end{aligned} \quad (4.69)$$

где

$$\kappa = \frac{(\Delta m^2)^2 \sin^2 2\theta}{8E \cos 2\theta} \left(\frac{d}{dr} \ln N_e \right)^{-1} = \frac{1}{4} \gamma_R. \quad (4.70)$$

Итак, мы получили то же самое выражение, что и в квазиклассическом случае (4.63). По этой причине (4.63) называют формулой Ландау—Зенера. Эта формула применяется когда плотность электронов в области резонанса меняется по линейному закону и она является точной при условии, что угол смешивания мал, а параметр адиабатичности не является бесконечно малой величиной. Считается, что формула Ландау—Зенера дает необходимую точность при описании поведения солнечных нейтрино.

Использование квазиклассического приближения в вычислении вероятности пересечения уровней при экспоненциальной зависимости плотности электронов вещества от координаты приводят к выражению [43]

$$W_{12} \approx \exp \left[-\frac{\gamma_R \pi}{4} (1 - \operatorname{tg}^2 \theta_0) \right], \quad (4.71)$$

которое при малых θ_0 лишь незначительно отличается от случая, когда $N_e(z)$ является линейной функцией.

При $\gamma \ll 1$ формула (4.63) приводит к неправильному результату. Чтобы понять это, обратимся к простому примеру [44]. Рассмотрим прохождение нейтринного пучка через границу однородного вещества с вакуумом. Очевидно, что как в веществе, так и в вакууме процесс движения адиабатичен. Однако на границе ситуация резко неадиабатична, поскольку происходит скачок электронной плотности

$$\frac{dN_e}{dz} \rightarrow \infty. \quad (4.72)$$

Для того чтобы отличать волновые функции нейтрино в веществе от волновых функций в вакууме, будем снабжать последние тильдой. Введем также в рассмотрение следующие координатные точки. Две точки в среде (вакууме), первая из которых x (y) отстоит достаточно далеко от границы, а вторая x' (y') находится на границе. Тогда вероятность перехода W_{12} может быть представлена в следующем виде

$$\begin{aligned} W_{12} &\equiv |\langle \nu_2(y) | \tilde{\nu}_1(x) \rangle|^2 = \left| \sum_i \langle \nu_2(y) | \nu_2(y') \rangle \langle \nu_2(y') | \nu_1(y') \rangle \times \right. \\ &\quad \left. \times \langle \nu_1(y') | \nu_1(x') \rangle \langle \nu_1(x') | \tilde{\nu}_1(x') \rangle \langle \tilde{\nu}_1(x') | \tilde{\nu}_1(x') \rangle \right|^2. \end{aligned} \quad (4.73)$$

Поскольку флейворные состояния непрерывны на границе, то имеет место

$$\langle \nu_1(y') | \nu_1(x') \rangle = 1. \quad (4.74)$$

Используя в (4.73) определение матрицы смешивания в вакууме и веществе, а также пренебрегая интерференционными слагаемыми, получаем выражение

$$W_{12} = \sin^2(\tilde{\theta} - \theta_0). \quad (4.75)$$

В случае вещества с большой плотностью

$$\tilde{\theta} \rightarrow \frac{\pi}{2}$$

и мы имеем

$$W_{12} = \cos^2 \theta_0. \quad (4.76)$$

Однако из формулы (4.63) следует

$$W_{12} \rightarrow 1 \quad \text{при} \quad \gamma_R \rightarrow 0. \quad (4.77)$$

Различие между выражениями (4.76) и (4.77) становится весьма существенным если угол θ не мал. В принципе этот результат вполне ожидаем, поскольку формула (4.63) носит приближенный характер.

Точные решения уравнения (4.26) для $N_e \sim z$, $N_e \sim \exp[cz]$ и $N_e \sim z^{-1}$ были найдены в работах [45, 46, 44]. Все эти решения имеют общий вид

$$W_{12} = \frac{\exp[-\gamma_R F] - \exp[-\gamma_R F / \sin^2 \theta_0]}{1 - \exp[-\gamma_R F / \sin^2 \theta_0]}, \quad (4.78)$$

где F вычисляется с помощью квазиклассического приближения. При $\gamma_R \rightarrow 0$ эта формула дает результат совпадающий с выражением (4.76). Можно предположить [44], что формулой вида (4.78) описываются все возможные вариации электронной плотности.

Прежде чем суммировать полученные в двухфлейворном приближении результаты, учтем еще одну возможную ситуацию. Предположим, что нейтрино рождается на дальней половине Солнца, где плотность ниже чем резонансная плотность. Если нейтрино движется к центру Солнца, то оно испытает резонансный переход дважды. Первый раз на подходе к центру, а второй раз уже при движении от центра. Рассчитаем вероятность выживания для электронного нейтрино в этом случае. Обозначим за $\mathcal{P}_{\nu_e \nu_e}^{ad}$ вероятность выживания электронного нейтрино при условии адиабатичности распространения, т.е. при отсутствии резонансного перехода $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$. В неадиабатическом случае, вероятность того, что электронное нейтрино по-прежнему осталось электронным нейтрино, будет равна

$$W' = \mathcal{P}_{\nu_e \nu_e}^{ad} w_{\nu_e \nu_e}, \quad (4.79)$$

где $w_{\nu_e \nu_e}$ — вероятность отсутствия перехода при прохождении резонансов. В адиабатическом случае существует также вероятность, что ν_e может превратиться в ν_μ ($\mathcal{P}_{\nu_e \nu_\mu}^{ad}$). Тогда, за счет резонансных переходов мюонное нейтрино может снова перейти в электронное. Вероятность этого события будет определяться выражением

$$W'' = \mathcal{P}_{\nu_e \nu_\mu}^{ad} w_{\nu_e \nu_\mu}, \quad (4.80)$$

где $w_{\nu_e \nu_\mu}$ — вероятность перехода $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ при прохождении резонансных областей. Таким образом искомая вероятность определяется выражением

$$\mathcal{P}_{\nu_e \nu_e} = \mathcal{P}_{\nu_e \nu_e}^{ad} w_{\nu_e \nu_e} + \mathcal{P}_{\nu_e \nu_\mu}^{ad} w_{\nu_e \nu_\mu}. \quad (4.81)$$

При наличии двух резонансов мы имеем

$$w_{\nu_e \nu_e} = (1 - W_{12})^2 + W_{12}^2, \quad w_{\nu_e \nu_\mu} = 2W_{12}(1 - W_{12}). \quad (4.82)$$

Подставляя (4.82) в (4.81) и учитывая, что

$$\mathcal{P}_{\nu_e \nu_e}^{ad} = \frac{1}{2} [1 + \cos 2\theta_m \cos 2\theta_0],$$

получаем окончательную формулу для вероятности выживания электронного нейтрино

$$\mathcal{P}_{\nu_e \nu_e} = \frac{1}{2} [1 + (1 - 2W_{12})^n \cos 2\theta_m \cos 2\theta_0], \quad (4.83)$$

где n определяет количество резонансов ($n = 1, 2$).

Итак, для вычисления вероятности выживания электронного нейтрино в веществе нам необходима следующая информация. Во-первых, должна быть известна плотность электронов в веществе. Во-вторых, следует конкретизировать модель электрослабого взаимодействия, поскольку она фиксирует величину потенциала взаимодействия нейтрино с веществом V . Знание V позволит нам определить угол смешивания в точке рождения нейтрино, локализацию области пересечения уровней, а вместе с ней и значение $|d \ln N_e(z)/dz|_r$. В третьих, нужно знать параметры нейтринных осцилляций — значения углов смешивания в вакууме θ_{ij} и разности квадратов масс нейтрино Δm_{ij}^2 .

4.4. Осцилляции нейтрино в магнитном поле

Рассмотрим движение ультрарелятивистского нейтрино при наличии электромагнитного поля. Из соображений простоты будем пренебрегать взаимодействием нейтрино с веществом. Если предположить, что поле слабо меняется на длине $|\mathcal{E}|^{-1}$, где \mathcal{E} — напряженность электрического поля, то в массовом базисе уравнение эволюции примет вид

$$i \frac{d}{dz} \nu_j = H \nu_j, \quad (4.84)$$

где гамильтониан H определяется выражением

$$H = \left\{ \frac{m_j^2}{2E} - \mu_{jj'} [P_+ \sigma(\mathcal{H} - i\mathcal{E}) P_- + P_- \sigma(\mathcal{H} + i\mathcal{E}) P_+] \right\} I, \quad (4.85)$$

\mathcal{H} — напряженность магнитного поля и $P_\pm = (1 \pm \sigma_3)/2$ — проекторы на состояния ν_L и ν_R . Поскольку каждый из элементов столбца ν_j является спинором:

$$\begin{pmatrix} \nu_R \\ \nu_L \end{pmatrix}, \quad (4.86)$$

(ось квантования выбрана вдоль направления движения нейтрино), то стоящая в (4.85) единичная матрица I имеет размерность $2n_f \times 2n_f$, где

n_f — число нейтринных поколений. Обратим внимание на тот факт, что благодаря условию

$$P_{\pm}\sigma_3P_{\mp}=0,$$

продольные компоненты \mathcal{H} и \mathcal{E} не присутствуют в гамильтониане H . Это обстоятельство легко пояснить тем, что при переходе в систему покоя нейтрино, продольные компоненты электромагнитного поля остаются неизменными, а поперечные содержат множитель $|\mathcal{E}|/m \gg 1$.

Перейдем к флейворному базису и ограничимся случаем $n_f = 2$. Тогда в магнитном поле гамильтониан нейтринной системы примет вид

$$H = \left\{ \frac{\Delta m_{12}^2}{4E} (\sigma_1 \sin 2\theta_0 - \sigma_3 \cos 2\theta_0) - \mu_{II'} [P_+(\sigma\mathcal{E})P_- + P_-(\sigma\mathcal{H})P_+] \right\} I. \quad (4.87)$$

Из уравнения (4.87) следует, что для состояния ν_l в поперечном магнитном поле \mathbf{H}_{\perp} происходят осцилляции между левыми и правыми компонентами (прецессия спина) с частотой

$$\omega(z) = |\mu_{II'}| \cdot |\mathcal{H}_{\perp}|.$$

Если в область действия поля \mathcal{H}_{\perp} , направление которого не зависит от z , попадает пучок ν_{lL} , то затем число ν_{lL} и ν_{lR} составляет

$$N_{lL}(z) = N_0 \cos^2 \left[\int_0^z \omega(z') dz' \right], \quad N_{lR}(z) = N_0 \sin^2 \left[\int_0^z \omega(z') dz' \right]. \quad (4.88)$$

В рассматриваемом случае прецессия спина имеет место для произвольно слабого поперечного поля, так как левое и правое нейтрино одного и того же флейвора вырождены по энергии. Перевороты спина, сопровождаемые переходами между состояниями с различным флейвором также оказываются возможными. Ответственность за переходы $\nu_{lL} \leftrightarrow \nu_{lR}$ несут недиагональные элементы матрицы магнитного момента $\mu_{II'}$. В двухфлейворном приближении эти осцилляции будут иметь заметную амплитуду при выполнении условия

$$|\mu_{12}| \cdot |\mathcal{H}_{\perp}| \geq \left| \frac{(\Delta m_{12}^2)^2}{2E} \cos 2\theta_0 \right|. \quad (4.89)$$

Для оценки порядка величин в этом условии положим $E = 10$ МэВ, $|\mathcal{H}_{\perp}| = 10^3$ Гс, $|\mu_{12}| = 10^{-10} \mu_B \cos 2\theta_0 \sim 1$. Тогда (4.89) будет выполняться при $|(\Delta m_{12}^2)^2| \leq 10^{-7} \text{ эВ}^2$. Явление прецессии спина в магнитном поле было предсказано в работе [47] и получило название эффекта Волошина—

Высоцкого—Окуня. Заметим, что предсказываемый СМ магнитный момент для дираковских нейтрино пропорционален массе нейтрино

$$\mu_{\nu} = \frac{3eG_F m_{\nu}}{8\sqrt{2}\pi^2} = 10^{-19} \mu_B \left(\frac{m_{\nu}}{\text{эВ}} \right).$$

и, как следствие, в реальных полях ни к каким наблюдаемым эффектам приводить не может. В моделях, содержащих правые заряженные токи и/или заряженные бозоны Хиггса μ_{ν} пропорциональна массе заряженного лептона и может оказаться на 4–5 порядков больше. У майорановских нейтрино, вследствие CP -инвариантности $\mu_{\nu} = 0$, однако недиагональные магнитные моменты могут быть отличны от нуля.

В работах [48] было предложено обобщение квазиклассического уравнения Баргмана—Мишеля—Телегди, описывающего эволюцию спина нейтрино в произвольном электромагнитном поле и движущемся с релятивистской скоростью веществе. Результаты анализа спиновых и флейворных осцилляций нейтрино с помощью этого уравнения привели к предсказанию следующих новых эффектов [49].

- 1) Спиновые и спин-флейворные осцилляции нейтрино, вызываемые действием произвольных электромагнитных полей.
- 2) Спиновые осцилляции нейтрино, обусловленные слабыми взаимодействиями с частицами окружающей среды; при этом спиновые осцилляции в среде возникают всегда (даже в случае неподвижной и неполяризованной среды), если в начальном состоянии нейтрино не продольно поляризовано.
- 3) Изменение картины спиновых и флейворных осцилляций нейтрино при движении вещества с релятивистской скоростью.
- 4) Возникновение при движении в среде и/или гравитационных и электромагнитных полях за счет прецессии спина нейтрино нового типа электромагнитного излучения — «спиновый свет нейтрино».

4.5. Нейтринные осцилляции в ЛПМ

Обсудим эволюцию потока нейтрино в рамках ЛПМ. Анализ осцилляций в веществе выполним для случая пренебрежимо малых значений магнитного момента нейтрино (ММН). Влияние тяжелых нейтрино на картину осцилляций можно не учитывать, поскольку имеются все основания полагать, что их массы лежат в области ТэВ. Взаимодействие между левосторонними и правосторонними легкими нейтрино может происходить либо за счет ММН, либо за счет нарушающих лептонный флейвор токов (НФТ). Так как в ЛПМ НФТ не приводят к смешиванию нейтрино с различной спиральностью, то уравнения эволюции для левосторонних

и правосторонних нейтрино будут независимы друг от друга. Рассмотрим нейтринную систему, состоящую из ν_{eL} , $\nu_{\mu L}$ и $\nu_{\tau L}$. Положим фазу CP -нарушения равной нулю и выберем схему смешивания между нейтринными поколениями в виде:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \mathcal{U} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}, \quad (4.90)$$

где φ_{ik} — угол смешивания между ν_i и ν_k в вакууме и $c_{ik} = \cos \varphi_{ik}$, $s_{ik} = \sin \varphi_{ik}$.

В ультрарелятивистском пределе $E \gg \max\{m_1, m_2, m_3\}$ при движении в вакууме уравнение эволюции имеет вид:

$$i \frac{d}{dz} \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \end{pmatrix} = H^v \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \end{pmatrix}, \quad (4.91)$$

где

$$H_{11}^v = \frac{1}{6E} [(3s_{13}^2 - 1)\Delta m_{32}^2 + (1 - 3c_{12}^2 c_{13}^2)\Delta m_{21}^2],$$

$$H_{22}^v = \frac{1}{6E} [(3c_{13}^2 s_{23}^2 - 1)\Delta m_{32}^2 + (1 - 3b^2)\Delta m_{21}^2],$$

$$H_{12}^v = \frac{c_{13}}{2E} (s_{13}s_{23}\Delta m_{32}^2 + c_{12}b\Delta m_{21}^2),$$

$$H_{23}^v = \frac{1}{2E} (c_{13}^2 c_{23} s_{23} \Delta m_{32}^2 + bb' \Delta m_{21}^2),$$

$$b = c_{23}s_{12} + c_{12}s_{23}s_{13}, \quad b' = b \left(\theta_{23} \rightarrow \theta_{23} - \frac{\pi}{2} \right),$$

$$H_{33}^v = H_{22}^v \left(\theta_{23} \rightarrow \theta_{23} - \frac{\pi}{2} \right), \quad H_{13}^v = H_{12}^v \left(\theta_{23} \rightarrow \theta_{23} + \frac{\pi}{2} \right), \quad H_{ik}^v = H_{ki}^v.$$

В веществе элементы гамильтониана H^v подвергнутся изменению за счет взаимодействия с калибровочными бозонами и бозонами Хиггса. На рис. 4.4 и 4.5 изображены фейнмановские диаграммы для $\nu_{aL}e^-$ -рассеяния.

Если стрелки на фермионной линии направлены в разные стороны, то это означает, что для описания заряженного фермиона следует использовать не спинор u , а зарядово-сопряженный ему спинор v . Не включены

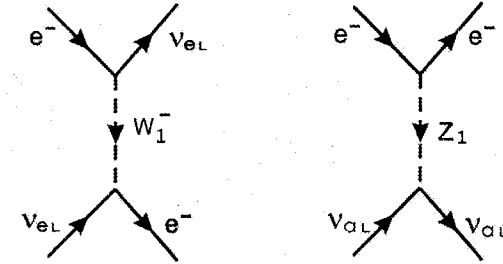


Рис. 4.4. Диаграммы для процессов упругого рассеяния нейтрино на электронах за счет обменов виртуальными калибровочными бозонами

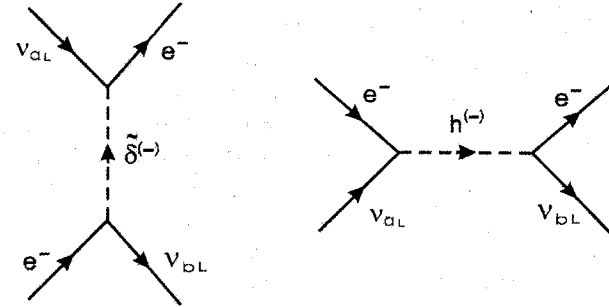


Рис. 4.5. Диаграммы для процессов упругого рассеяния нейтрино на электронах за счет обменов заряженными бозонами Хиггса

в рассмотрение диаграммы с обменами W_2 - и Z_2 -калибровочными бозонами, поскольку они дают поправки к потенциалу солнечного вещества (ПСВ) порядка одного процента [50].

Используя преобразование Фирца и выполняя усреднение по частицам вещества, получаем следующее выражение для вклада в ПСВ от диаграмм, изображенных на рис. 4.5:

$$V_{ab}^H = \left(\frac{\alpha_{ea}\alpha_{eb}}{2m_h^2} - \frac{f_{ea}f_{eb}}{m_\delta^2} \right) N_e \quad (4.92)$$

где

$$\alpha_{ab} = \frac{h'_{ab}k_2 - h_{ab}k_1}{k_+}.$$

Суммарный вклад в ПСВ от диаграмм, изображенных на рис. 4.4 и 4.5, будет определяться выражением

$$V_{ee} = \frac{g_L^2}{4m_W^2} \left(\frac{1}{2} N_n - N_e \right) + V_{ee}^H, \quad V_{aa} = \frac{g_L^2}{8m_W^2} N_n + V_{aa}^H, \quad V_{ab} = V_{ab}^H. \quad (4.93)$$

Уравнение эволюции в флейворном базисе имеет вид:

$$i \frac{d}{dz} \Psi = H^m \Psi, \quad (4.94)$$

где

$$\begin{aligned} H_{12}^m &= H_{12}^v + V_{e\mu}^H, \\ H_{13}^m &= H_{13}^v + V_{e\tau}^H, \\ H_{23}^m &= H_{23}^v + V_{\mu\tau}^H, \quad V^{SM} = -\sqrt{2}G_F N_e, \\ H_{11}^m &= H_{11}^v + V^{SM} + V_{ee}^H, \\ H_{22}^m &= H_{22}^v + V_{\mu\mu}^H, \\ H_{33}^m &= H_{33}^v + V_{\tau\tau}^H, \end{aligned}$$

и мы пренебрегли величиной, пропорциональной единичной матрице.

Приступим к изучению резонансных переходов нейтринной системы при движении в солнечном веществе. Возможны три резонансных перехода. Они происходят между состояниями i и k при плотностях $N_e(z)$, соответствующих минимуму разности

$$\Delta M_{ik}^2 = M_i^2 - M_k^2, \quad (4.95)$$

где

$$\begin{aligned} M_1^2 &= m_1^2 + \frac{C_1}{3} - \frac{1}{3}C_2(\cos q - \sqrt{3}\sin q), \\ M_2^2 &= m_1^2 + \frac{C_1}{3} - \frac{1}{3}C_2(\cos q + \sqrt{3}\sin q), \quad M_3^2 = m_1^2 + \frac{C_1}{3} + \frac{2}{3}C_2 \cos q, \\ D_{11} &= 2E[c_{12}^2 c_{13}^2 V_{ee} + b_1^2 V_{\mu\mu} + b_1^2 V_{\tau\tau} - 2c_{12}c_{13}(b_1 V_{e\mu} - b_1' V_{e\tau}) - 2b_1 b_1' V_{\mu\tau}], \\ D_{23} &= 2E[c_{13}s_{13}s_{12}V_{ee} + s_{23}c_{13}b_2 V_{\mu\mu} - c_{23}c_{13}b_2' V_{\tau\tau} + (s_{13}b_2 + c_{13}^2 s_{23}s_{12})V_{e\mu} - \\ &\quad - (s_{13}b_2' + c_{13}^2 c_{23}s_{12})V_{e\tau} - (c_{13}s_{23}b_2' - c_{13}c_{23}b_2)V_{\mu\tau}], \\ D_{12} &= 2E\{c_{13}[c_{13}c_{12}s_{12}V_{ee} + (c_{12}b_2 - s_{12}b_1)V_{e\mu} + (s_{12}b_1' - c_{12}b_2')V_{e\tau}] - \\ &\quad - b_1 b_2 V_{\mu\mu} - b_1' b_2' V_{\tau\tau} + (b_1 b_2' + b_2 b_1')V_{\mu\tau}\}, \\ D_{33} &= 2E[s_{13}^2 V_{ee} + c_{13}^2 (s_{23}^2 V_{\mu\mu} + c_{23}^2 V_{\tau\tau}) + \\ &\quad + 2c_{13}(s_{13}s_{23}V_{e\mu} + s_{13}c_{23}V_{e\tau} + c_{13}c_{23}s_{23}V_{\mu\tau})], \\ D_{22} &= D_{11}\left(\varphi_{12} \rightarrow \varphi_{12} + \frac{\pi}{2}\right), \quad D_{13} = D_{23}\left(\varphi_{12} \rightarrow \varphi_{12} - \frac{\pi}{2}\right), \\ b_2 &= b_1\left(\varphi_{12} \rightarrow \varphi_{12} + \frac{\pi}{2}\right), \quad b_s = b_s'\left(\varphi_{23} \rightarrow \varphi_{23} - \frac{\pi}{2}\right) \quad (s = 1, 2), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{ik} &= D_{ii} + D_{kk}, \quad \Lambda_{ik} = D_{ii}D_{kk} - D_{ik}^2, \quad i, k = 1, 2, 3, \\ C_0 &= \Delta m_{21}^2 \Lambda_{13} + \Delta m_{31}^2 \Lambda_{12} + \Delta m_{21}^2 \Delta m_{31}^2 D_{11} + (2E)^3 \sum_{a,b,c} \varepsilon_{abc} V_{ea} V_{\mu b} V_{\tau c}, \end{aligned}$$

$$a, b, c, = e, \mu, \tau, \quad C_1 = \sum_i m_i^2 + 2E \sum_a V_{aa},$$

$$C_3 = \Delta m_{21}^2 \Delta m_{31}^2 + \Delta m_{21}^2 S_{31} + \Delta m_{31}^2 S_{21} + \sum_{i < k} \Lambda_{ik},$$

$$C_2 = \pm \sqrt{|C_1^2 - 3C_3|}, \quad q = \frac{1}{3} \arccos \left(\frac{9C_1 C_3 - 2C_1^3 - 27C_0}{C_2^3} \right)$$

и знаки C_3 и $9C_1 C_3 - 2C_1^3 - 27C_0$ должны быть выбраны одинаковыми. Поскольку графики функций $M_i^2(z)$ не пересекаются друг с другом, то, в зависимости от значений структурных параметров модели, из трех возможных резонансов будут осуществляться только два. Приближенные значения резонансных плотностей $N_e(z_r)$ могут быть найдены при приравнении диагональных элементов гамильтониана H^m :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2E} [(s_{13}^2 - c_{13}^2 s_{23}^2) \Delta m_{32}^2 + (b^2 - c_{12}^2 c_{13}^2) \Delta m_{21}^2] &= \\ = V_{\mu\mu}^H - \sqrt{2}G_F N_e - V_{ee}^H, \end{aligned} \quad (4.96)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2E} [(s_{13}^2 - c_{13}^2 c_{23}^2) \Delta m_{32}^2 + (b'^2 - c_{12}^2 c_{13}^2) \Delta m_{21}^2] &= \\ = V_{\tau\tau}^H - \sqrt{2}G_F N_e - V_{ee}^H, \end{aligned} \quad (4.97)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2E} [c_{13}^2 (s_{23}^2 - c_{23}^2) \Delta m_{32}^2 + (b'^2 - b^2) \Delta m_{21}^2] &= \\ = V_{\tau\tau}^H - V_{\mu\mu}^H. \end{aligned} \quad (4.98)$$

Уравнения (4.96)–(4.98) представляют собой условия реализации резонансных переходов $\nu_{eL} \leftrightarrow \nu_{\mu L}$, $\nu_{eL} \leftrightarrow \nu_{\tau L}$ и $\nu_{\mu L} \leftrightarrow \nu_{\tau L}$, соответственно. Зависимость недиагональных элементов гамильтониана H_{ab}^m от $N_e(z)$ может приводить к интересным физическим следствиям. Предположим, что выполняются условия (4.96) и (4.97), но H_{23}^m обращается в ноль. В этом случае конверсия $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ не имеет места. Тогда, даже при углах смешивания θ_{23} , не равных нулю, ν_τ будет по-прежнему отсутствовать в пучке солнечных нейтрино.

В рассматриваемом случае может быть получено выражение для вероятности выживания левостороннего электронного нейтрино $\mathcal{P}(\nu_{eL} \rightarrow \nu_{eL})$ в аналитическом виде. Для этого нам прежде всего понадобятся значения углов смешивания в веществе в точке рождения ν_{eL} . Вычисления приво-

дят к результату

$$\sin^2 2\varphi_{12}^m = \frac{A_2 \Delta M_{32}^2 (A_1 \Delta M_{12}^2 - A_2 \Delta M_{32}^2)}{4A_1^2 \Delta M_{12}^4}, \quad (4.99)$$

$$\sin^2 2\varphi_{13}^m = \frac{A_1 (\Delta M_{32}^2 \Delta M_{13}^2 - A_1)}{4\Delta M_{32}^4 \Delta M_{13}^4}, \quad (4.100)$$

$$\sin^2 2\varphi_{23}^m = \frac{4\Delta M_{23}^4 [B_1 + B_2 (B_3 - M_1^2 - M_2^2)]^2}{A_1^2 (\Delta M_{32}^2 - \Delta M_{21}^2)^2}, \quad (4.101)$$

где

$$a_1 = c_{13}^2 c_{12} s_{12} \Delta m_{12}^2 - b_1' b_2' \Delta m_{32}^2 + 2EV_{e\mu},$$

$$a_2 = c_{12} c_{13} s_{13} \Delta m_{12}^2 + c_{23} c_{13} b_1' \Delta m_{32}^2 + 2EV_{e\tau},$$

$$B_1 = a_1 a_2, \quad B_2 = c_{13} s_{13} s_{12} \Delta m_{12}^2 - c_{23} c_{13} b_2' \Delta m_{32}^2 + 2EV_{\mu\tau},$$

$$B_3 = (s_{12}^2 c_{13}^2 + s_{13}^2) \Delta m_{12}^2 + (b_2^2 + c_{13}^2 c_{23}^2) \Delta m_{32}^2 - 2m_2^2 + 2E(V_{\mu\mu} + V_{\tau\tau}),$$

$$B_4 = a_1^2 + a_2^2, \quad A_1 = B_4 + (B_3 - M_1^2 - M_2^2)(B_3 - 2M_3^2),$$

$$A_2 = A_1 + \Delta M_{31}^2 (B_3 - M_1^2 - M_2^2).$$

Следует подчеркнуть, что для ЛПМ как собственные значения гамильтониана, так и углы смешивания в веществе зависят от φ_{23} . Это непосредственно следует из того факта, что ν_e , ν_μ и ν_τ по-разному взаимодействуют с физическими бозонами Хиггса. Напомним, что в СМ величины M_i^2 и φ_{ik}^m не являются функциями φ_{23} .

Далее, принимая во внимание, что адиабатическое приближение неприменимо только в областях локализации резонансных переходов, для $\mathcal{P}(\nu_{eL} \rightarrow \nu_{eL})$ получаем выражение

$$\mathcal{P}(\nu_{eL} \rightarrow \nu_{eL}) = \sum_{a,b} |\mathcal{U}_{ae}(\varphi_{nk})|^2 |\mathcal{U}_{be}(\varphi_{nk}^m)|^2 (p_{ab}^S + p_{ab}^D), \quad (4.102)$$

где p_{ab}^S ($p_{ab}^D = \sum_r p_{ar}^S p_{rb}^S$) — вероятность резонансного перехода между ν_{aL} и ν_{bL} для однократного (двукратного) прохождения резонансной области. С помощью метода комплексных траекторий, предложенного Ландау, можно найти выражение для p_{ab}^S в следующем виде:

$$p_{ab}^S = \exp \left[-\frac{1}{E} \operatorname{Im} \int_{N_{ab}}^{\delta N_{ab}} \frac{\Delta M_{ab}^2 (N_{ab}^{ab})}{|\dot{N}_{ab}|} dN_e \right], \quad (4.103)$$

где интегрирование выполняется в верхней комплексной полуплоскости переменной $N_e(z)$, значения $N_e^{ab} = N_{ab} + i\delta N_{ab}$ находятся как комплексные корни уравнений

$$\Delta M_{ab}^2 (N_e^{ab}) = 0,$$

величины N_{ab} и δN_{ab} представляют собой резонансные электронные плотности и ширины резонансных переходов.

При условии изолированности резонансов, т. е. при выполнении условия

$$N_{ab} + \delta N_{ab} < N_{cd} - \delta N_{cd}, \quad (4.104)$$

для вычисления вероятности резонансного перехода можно пользоваться приближенной формулой

$$p_{ab}^S = \exp \left(-\frac{\pi \delta N_{ab}^2}{16E|\dot{N}_{ab}|} \right) \quad (4.105),$$

где

$$\dot{N}_{ab} = \frac{dN_{ab}}{dt}.$$

В грубом приближении ширина резонанса и резонансная электронная плотность могут быть определены с помощью соотношений

$$\delta N_{ab} \sim \frac{2H_{ab}^m}{V_{aa}^0 - V_{bb}^0}, \quad N_{ab} \sim \frac{H_{aa}^v - H_{bb}^v}{V_{aa}^0 - V_{bb}^0},$$

где

$$V_{aa}^0 = (\sqrt{2}G_F)\delta_{ae} - \frac{\alpha_{ea}^2}{2m_h^2} + \frac{f_{ea}^2}{m_\phi^2}.$$

Заметим, что все полученные формулы будут переходить в формулы СМ при выполнении предельного перехода

$$m_\phi \rightarrow \infty, \quad m_h \rightarrow \infty.$$

Оценим поправки к ПСВ, возникающие в ЛПМ в результате учета взаимодействия с физическими бозонами Хиггса. Полная информация может быть получена в низко энергетических экспериментах по изучению упругого рассеяния нейтрино на электронах. Для окончательного установления $(V+A)$ -структуры амплитуд этих процессов, необходимо регистрировать заряженный лептон и нейтрино в конечном состоянии одновременно. Поскольку существующая на сегодняшний день техника эксперимента не позволяет провести такое измерение, то мы не можем с уверенностью утверждать, что амплитуды соответствующих реакций действительно имеют $(V+A)$ -форму. Аналогичная ситуация имеет место для так называемых прямых

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu, \quad \tau^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\tau \quad (4.106)$$

и обратных лептонных распадов

$$\nu_\mu + e^- \rightarrow \mu^- + \nu_e, \quad \nu_\tau + e^- \rightarrow \tau^- + \nu_e. \quad (4.107)$$

Все результаты экспериментов при низких энергиях для этих процессов могут быть параметризованы с помощью амплитуд $g_{\lambda\lambda'}^\gamma$ и константы Ферми G_F [51]:

$$\frac{4G_F}{\sqrt{2}} \sum g_{\lambda\lambda'}^\gamma \langle \bar{e}_\lambda | \Gamma_\gamma | \nu_{en} \rangle \langle \bar{\nu}_{Xm} | \Gamma_\gamma | X_{\lambda'} \rangle, \quad (4.108)$$

где $X = \mu, \tau$, индекс γ определяет тип взаимодействия ($\Gamma^S = 1$ — для скалярного, $\Gamma^V = \gamma_\mu$ — для векторного, $\Gamma^T = \sigma_{\mu\nu}/\sqrt{2}$ — для тензорного), спиральности заряженных лептонов (левосторонний, правосторонний) определяют индексы λ, λ' , а спиральности ν_e и ν_μ обозначаются индексами n и m . Девять комплексных амплитуд $g_{\lambda\lambda'}^\gamma$ и G_F составляют набор из 19 независимых реальных параметров, которые определяются в эксперименте. Напомним, что для СМ амплитуда g_{LL}^V должна быть равна единице, в то время как все остальные обращаются в ноль.

В ЛПМ обратный мюонный (тау-лептонный) распад описывается диаграммами, показанными на рис. 4.6.

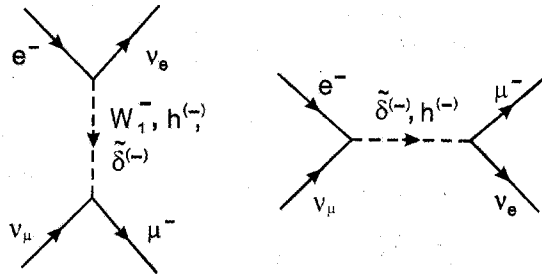


Рис. 4.6. Диаграммы для обратного мюонного распада в ЛПМ

При этом отличными от нуля оказываются следующие амплитуды: g_{LL}^V , g_{RR}^V , g_{LL}^S и g_{RR}^S . Экспериментальные границы для них в случае распада мюона на 90 % CL имеют вид [52]:

$$|g_{LL}^V| > 0,96, \quad |g_{RR}^V| < 0,033, \quad |g_{LL}^S| < 0,55, \quad |g_{RR}^S| < 0,066. \quad (4.109)$$

Из сравнения матричных элементов обратного мюонного распада с выражением (4.108) можно найти границы на параметры ЛПМ [53]:

$$\frac{\alpha_{ee}\alpha_{\mu\mu}}{m_h^2} < 0,218 \times 10^{-5} \text{ ГэВ}^{-2} \quad (4.110)$$

$$\frac{\alpha_{e\mu}^2}{m_h^2} < 0,264 \times 10^{-5} \text{ ГэВ}^{-2}, \quad (4.111)$$

$$\frac{f_{ee}f_{\mu\mu}}{m_\delta^2} < 0,907 \times 10^{-5} \text{ ГэВ}^{-2}, \quad (4.112)$$

$$\frac{f_{e\mu}^2}{m_\delta^2} < 0,109 \times 10^{-5} \text{ ГэВ}^{-2}. \quad (4.113)$$

Экспериментальные ограничения, полученные коллаборацией CLEO для τ -лептона при измерениях параметров Мишеля, менее строги, чем для случая мюона. На 90 % CL границы на амплитуды $g_{\lambda\lambda'}^\gamma$ имеют вид [54]

$$|g_{LL}^V| < 1,0, \quad |g_{RR}^V| < 0,2, \quad |g_{LL}^S| < 1,0, \quad |g_{RR}^S| < 0,2. \quad (4.114)$$

Из (4.114) следует, что [53]

$$\frac{\alpha_{ee}\alpha_{\tau\tau}}{m_h^2} < 0,66 \times 10^{-5} \text{ ГэВ}^{-2} \quad (4.115)$$

$$\alpha_{e\tau} \approx 0, \quad (4.116)$$

$$\frac{f_{ee}f_{\tau\tau}}{m_\delta^2} < 3,3 \times 10^{-5} \text{ ГэВ}^{-2}, \quad (4.117)$$

$$\frac{f_{e\tau}^2}{m_\delta^2} < 0,66 \times 10^{-5} \text{ ГэВ}^{-2}. \quad (4.118)$$

Обычно при анализе нейтринных осцилляций используется СМ, в которой массивность нейтрино обеспечивается за счет присутствия в теории правостороннего нейтринного синглета. В этом случае лагранжиан Юкавы редуцирует взаимодействие нейтрино с физическим бозоном Хиггса, которое отсутствует в обычной версии СМ. Так как интенсивность этого взаимодействия пропорциональна m_{ν_i}/v ($v \sim 246$ ГэВ), т. е. оказывается чрезвычайно малой, то все отличие от СМ сводится только к кинематическим характеристикам нейтрино. Величина ПСВ в этом варианте СМ определяется выражением

$$V^{SM} = -\sqrt{2}G_F N_e.$$

Сравним значения ПСВ, полученные в ЛПМ, с предсказаниями именно этой модификации СМ. Если предположить, что $\alpha_{ee} \approx \alpha_{\mu\mu}$ и $f_{ee} \approx f_{\mu\mu}$, то V_{ee}^H может достигать значений порядка 15,5 % V^{SM} , в случае одинаковых знаков амплитуд g_{RR}^S и g_{LL}^S , в то время как для противоположных знаков этих амплитуд величина V_{ee}^H может иметь порядок 22 % V^{SM} . Поскольку к настоящему времени не имеется никакой информации о величинах α_{eX}^2/m_h^2 , то ничего не остается, как предположить

$$\alpha_{e\mu} = \alpha_{e\tau} = 0.$$

Тогда, получаем

$$V_{\mu\mu}^H < 6,6 \% V^{SM}, \quad V_{\tau\tau}^H < 40 \% V^{SM}.$$

Для недиагональных элементов гамильтониана значения поправок ограничены неравенствами

$$V_{e\mu}^H < 10 \% V^{SM}, \quad V_{e\tau}^H < 25 \% V^{SM}, \quad V_{\mu\tau}^H < 16 \% V^{SM}.$$

Итак, в ЛПМ взаимодействие бозонов Хиггса с лептонами может привести к радикальному пересмотру значений осцилляционных параметров нейтрино по сравнению с предсказаниями СМ.

Глава 5

Солнечные нейтрино

*Был Топтыгин 1-й старый служака-зверь,
умел берлоги строить и деревья с корнями вы-
ворачивать; следовательно, до некоторой сте-
пени и инженерное искусство знал.*

М. Салтыков-Щедрин.
Медведь на воеводстве

5.1. Некоторые сведения о строение Солнца

Поскольку Солнце — обычная звезда нашей Галактики, то такие проблемы, как например, источники энергии, строение и образование спектра являются общими для физики Солнца и звезд. Следовательно, все многообразие уже установленных солнечных явлений: зернистая структура поверхности, сложные изменения яркости и движений в ее отдельных активных центрах, процессы в самых внешних, разреженных слоях атмосферы, в частности солнечные вспышки, образование протуберанцев, солнечного ветра, — свойственно не только Солнцу, но и другим звездам. Поэтому физика солнечных явлений имеет огромное значение для развития астрофизики в целом.

Солнце представляет собой плазменный шар с радиусом на экваторе $R_{\odot} = 6,961 \times 10^8$ м и массой $M_{\odot} = 1,9889 \times 10^{30}$ кг. Солнечное вещество содержит по массе свыше 70 % водорода, свыше 20 % гелия и около 2 % других элементов. Ускорение свободного падения на уровне видимой поверхности Солнца

$$g_{\odot} = \frac{G_N M_{\odot}}{R_{\odot}^2} = 2,74 \times 10^4 \text{ см/с}^2.$$

Вращение Солнца имеет дифференциальный характер: экваториальная зона вращается быстрее ($14,4^\circ$ за сутки), чем высокоширотные зоны ($\sim 10^\circ$ за сутки у полюсов). Средний период вращения Солнца 25,38 суток. Мощность излучения Солнца — светимость $L_{\odot} = 3,86 \times 10^{33}$ эрг/с, а эффективная температура поверхности $T_e = 5780$ К.

Традиционным методом изучения звезд является анализ их положения на диаграмме спектр — светимость (диаграмма Герцшпрунга—Ресселла). Звезды образуют на ней несколько довольно четких последовательностей, объяснение причин существования которых и составляет одну из основных задач космологии. Около 90 % звезд на диаграмме находится в пределах сравнительно узкой полосы ($\delta \lg L \leq 0,4$) — так называемой *главной последовательности* (ГП), простирающейся от звезд с $L \sim 10^6 L_\odot$, $M \sim 10^2 M_\odot$ и $R \sim 30 R_\odot$ до звезд с $L \sim 10^{-3} L_\odot$, $M \sim 10^{-1} M_\odot$ и $R \sim 10^{-1} R_\odot$. Установлено, что для звезд ГП их светимости, радиусы и времена жизни t_f являются однозначными функциями масс

$$\frac{L}{L_\odot} \approx \left(\frac{M}{M_\odot} \right)^4, \quad \frac{R}{R_\odot} \approx \left(\frac{M}{M_\odot} \right)^{0,7},$$

и при $M = (1-10) M_\odot$

$$t_f \approx 10^{10} \left(\frac{M_\odot}{M} \right)^3.$$

На диаграмме Герцшпрунга—Ресселла Солнце расположено в средней части *главной последовательности*, на которой лежат стационарные звезды, практически не изменяющие своей светимости в течении многих миллиардов лет. Под действием гравитации Солнце, как и любая звезда, стремится сжаться, чему однако препятствует перепад давления, возникающий из-за высокой температуры и плотности внутренних слоев Солнца. В центре Солнца $T \approx 1,6 \times 10^7$ К и $\rho \approx 160$ г/см³. Столь высокая температура может поддерживаться длительно только ядерными реакциями синтеза гелия из водорода, которые и являются основным источником солнечной энергии. Тогда, из закона излучения Планка следует, что основная энергия электромагнитного излучения приходится на рентгеновский диапазон. Это излучение, из-за многократного поглощения и переизлучения, проходит расстояние от центра Солнца до его поверхности за время $\sim 10^6$ лет, при этом его спектр кардинально изменяется. В отличие от фотонов, солнечные нейтрино, возникающие в результате ядерных реакций в центре Солнца, доходят до земного наблюдателя практически не поглощаясь и, таким образом, сохраняют всю информацию о внутренних областях Солнца.

В недрах Солнца атомы (в основном это атомы водорода) находятся в ионизированном состоянии. Если водород полностью ионизирован, то поглощение излучения связано главным образом с отрывом электронов от ионов более тяжелых элементов. Однако таких элементов в недрах Солнца мало. Движущееся из центра Солнца фотоны частично рассеиваются и поглощаются свободными электронами. Суммарное поглощение в ионизированном газе центральной области Солнца все же относительно

мало. По мере удаления от центра, температура и плотность солнечного вещества падает, и на расстояниях, больших $0,7 R_\odot$, уже могут существовать нейтральные атомы (в более глубоких слоях — атомы гелия, ближе к поверхности — атомы водорода). С появлением нейтральных атомов (особенно многочисленных атомов водорода) резко возрастает поглощение, связанное с их фотоионизацией. Перенос энергии излучением сильно затрудняется. Включается другой механизм переноса энергии — развиваются крупномасштабные конвективные движения, и лучистый перенос сменяется конвективным. Все это позволяет нам условно ввести три области, определяющие состав Солнца:

- 1) ядро, в котором происходят термоядерные реакции, обеспечивающие Солнце энергией;
- 2) радиационная зона или зона лучистого переноса энергии ($0,1 < r/R_\odot < 0,7$);
- 3) конвективная зона ($0,7 < r/R_\odot < 1$), плотность вещества на дне которой уже всего лишь $\approx 10^{-2}$ г/см³.

Выше конвективной зоны — в солнечной атмосфере — лучистый перенос энергии вновь становится доминирующим. Излучение, приходящее от Солнца к внешнему наблюдателю, возникает в чрезвычайно тонком поверхностном слое — фотосфере, имеющем толщину всего $R_\odot/2000 \sim 350$ км и плотность $\approx 2 \times 10^{-7}$ г/см³. Вышестоящие слои солнечной атмосферы — хромосфера ($\rho \approx 3 \times 10^{-12}$ г/см³) и корона ($\rho \approx 10^{-15}$ г/см³) — практически свободно пропускают непрерывное оптическое излучение фотосферы. Заметим, что аналогичная трехслойная структура существует в атмосферах и других звезд.

На Солнце существует весьма сложная система магнитных полей, изменяющаяся как во времени, так и в пространстве. В центральной части ядра магнитное поле не должно превышать значения $B_c = 5 \times 10^7$ Гс. В противном случае, как показывают расчеты, при $B > B_c$ благодаря эффекту «всплывания» это магнитное поле было бы потеряно Солнцем за время его существования. В радиационной зоне величина магнитного поля может достигать значения 10^4 – 10^5 Гс. Как в ядре, так и в радиационной зоне поле не обнаруживает временной зависимости. В конвективной зоне модуль магнитного поля имеет 11,2-летний цикл. В годы активного Солнца на дне конвективной зоны в области порядка 10^3 км поле имеет значение 10^5 Гс. С увеличением r поле уменьшается, и его значение на поверхности целиком зависит от существования на ней так называемой активной области (АО). АО — это область эволюционирующего со значений порядка 1 Гс магнитного поля. Ее характерные размеры по поверхности R_\odot в диаметре, а по высоте она простирается до короны. Число

этих областей, их положение на диске изменяются в течение солнечного цикла. Так, например, в период необычайно высокого максимума 1957–58 гг. активность затрагивала практически весь солнечный диск. В тех местах АО, где значение поля достигает 500 Гс, начинается процесс образования солнечных пятен. Напряженность поля развитого солнечного пятна максимальна в центре (B_1) и направлена вверх по радиусу Солнца, к периферии она падает (B_2), и силовые линии поля наклонены сильнее к поверхности. Для больших пятен ($d \sim 2 \times 10^5$ км) характерны поля $B_1 \sim 5 \times 10^3$ Гс и $B_2 \sim 2 \times 10^3$ Гс. Геометрическая глубина пятна по современным представлениям около 300 км. Магнитное поле над пятном медленно убывает с высотой. Так, например, в верхних слоях хромосферы на расстояниях порядка 10^3 км оно может достигать значений 10^3 Гс, в то время как вне области над пятном оно всего лишь 1 Гс. Пятна обычно встречаются группами. Группа пятен живет около месяца, а самые большие пятна — до 100 суток. В начале каждого 11,2 цикла солнечные пятна образуются в основном на высоких широтах ($\sim 35^\circ$). С течением времени солнечные пятна начинают приближаться к экватору и к концу цикла они могут достичь широт $\sim 5^\circ$. Кроме сильных локальных полей на Солнце в области высоких широт ($< 50^\circ$) имеется более слабое ($B \sim 1$ Гс) крупномасштабное магнитное поле. Это поле меняет знак с периодом $\sim 22,4$ лет и близ полюсов обращается в нуль в максимуме солнечной активности.

Поле в конвективной зоне характеризуется геометрической фазой $\Phi(z)$, определяемой соотношением

$$B_x \pm iB_y = B_\perp e^{i\Phi(z)},$$

и ее первой производной $\dot{\Phi}(z)$ (мы выбрали систему координат с осью z вдоль радиуса Солнца). Ненулевые значения $\Phi(z)$ и $\dot{\Phi}(z)$ также существуют и в фотосфере и хромосфере в областях над солнечными пятнами. Магнитное поле над и под пятном носит не потенциальный характер [55]

$$(\text{rot } \mathbf{B})_z = 4\pi j_z \neq 0.$$

Данные об источнике сантиметрового радиоизлучения над пятном свидетельствуют о прогреве газа над пятном до температур порядка корональных. Так, например, на высотах $\sim 2 \times 10^2$ км температура порядка 10^6 К, что приводит к большому значению электропроводности солнечной плазмы ($\sigma \sim T^{3/2}$). Это позволяет предположить, что плотность продольного электрического тока в области над пятном может быть достаточно велика.

Эволюция Солнца определяется изменением его химического состава в результате термоядерных реакций. Согласно расчетам, ныне в ядре доля водорода по массе около 35 %, тогда как в начале эволюции, судя по поверхностным слоям, в которых термоядерные реакции не происходят,

водород составлял около 73 %. Превращение водорода в гелий постепенно увеличивает средний молекулярный вес вещества, поэтому равновесии в солнечном ядре поддерживается при все более высоких температуре и плотности. Поскольку скорости термоядерных реакций быстро увеличиваются с ростом температуры, то, несмотря на уменьшение содержания водорода, выделение энергии внутри Солнца возрастает. Следовательно, с возрастом светимость Солнца несколько увеличивается. В ходе эволюции солнечное ядро сжимается, а оболочка расширяется, т. е. R_\odot растет. Теория эволюции звезд предсказывает, что когда Солнце достигнет возраста 9×10^9 лет, водород в ядре будет исчерпан и термоядерные реакции будут идти в окружающем ядро слое, который расширяется со временем. На этой стадии эволюции длительностью $\approx 5 \times 10^8$ лет существенно увеличится радиус Солнца и уменьшится эффективная температура его поверхности и Солнце станет *красным гигантом*. Затем последует быстрая стадия ($\approx 5 \times 10^7$ лет) горения гелия и более тяжелых элементов, сопровождающаяся сбросом оболочки, после чего Солнце превратится в медленно остывающий *белый карлик*.

Для детального изучения строения Солнца предлагаются различные модели. Наиболее популярна на сегодняшний день так называемая стандартная солнечная модель (ССМ). В ее фундаменте лежат следующие положения:

- 1) Солнце является сферически-симметричным и находится в гидростатическом равновесии;
- 2) Солнце постоянно находилось в состоянии теплового равновесия, за исключением некоторых периодов эволюции во время которых происходило незначительное изменение энтропии;
- 3) изменение химического состава обусловлено ядерными реакциями в водородном и углеродно-азотном циклах;
- 4) вещество перемешивается только в конвективной зоне;
- 5) Солнце было первоначально однородным по химическому составу и эволюционировало без изменения массы в течении $4,7 \times 10^9$ лет к современным значениям радиуса и светимости.

Положения (1)–(5) переводятся на язык дифференциальных уравнений и дополняются граничными условиями. Решения этих уравнений должны определить параметры Солнца (светимость, радиус, глубину конвективной зоны, возраст, химический состав и т. д.). Одним из основных источников информации о структуре Солнца является изучение осцилляций на его поверхности (гелиосейсмология). Все выполненные к 2000 г. гелиосейсмологические наблюдения находятся в прекрасном согласии с предсказаниями ССМ. Нейтринная астрономия также может пролить

свет на строение и эволюцию Солнца. Однако ситуация здесь не совсем проста. К настоящему времени нам точно не известны параметры нейтрино (массы, углы смешивания, дираковская или майорановская природа, мультипольные моменты, характер взаимодействия с бозонами Хиггса). По этой причине анализ потоков солнечных нейтрино проводится не в направлении проверки ССМ, а в направлении определения свойств нейтрино. Разумеется, когда в недалеком будущем о нейтрино станет известно столько же, как например, о фотоне или электроны, то нейтринная астрономия превратится в самый надежный источник информации о Солнце в частности и о звездах вообще.

5.2. Источники солнечных нейтрино

Основная совокупность реакций термоядерного синтеза в центральной части Солнца, приводящая к превращению водорода в гелий без участия катализаторов есть водородный цикл (протон-протонная цепочка). Ее можно представить в виде многоступенчатого процесса

$$4p \rightarrow {}^4\text{He} + 2\nu_e + 2e^+ + 26,73 \text{ МэВ} - E_\nu, \quad (5.1)$$

где E_ν — энергия уносимая электронным нейтрино со средним значением $\sim 0,6$ МэВ. На первой ступени протоны синтезируются в ядро дейтерия посредством двух реакций

$$p + p \rightarrow {}^2\text{D} + e^+ + \nu_e, \quad (pp), \quad (5.2)$$

$$p + e^- + p \rightarrow {}^2\text{D} + \nu_e, \quad (pep), \quad (5.3)$$

где в круглых скобках мы приводим символику для обозначения возникающих в данной реакции нейтрино. Образовавшийся дейтрон посредством реакции

$${}^3\text{H} + p \rightarrow {}^3\text{He} + \gamma, \quad (5.4)$$

синтезируется в изотоп гелия ${}^3\text{He}$, который может далее эволюционировать к гелию ${}^4\text{He}$ за счет сильного взаимодействия

$${}^3\text{He} + {}^3\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + p + p, \quad (5.5)$$

или слабого взаимодействия

$${}^3\text{He} + p \rightarrow {}^4\text{He} + e^+ + \nu_e, \quad (\text{He } p). \quad (5.6)$$

На следующей ступени образуются уже более тяжелые ядра ${}^7\text{Be}$

$${}^3\text{He} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^7\text{Be} + \gamma. \quad (5.7)$$

Появление ${}^7\text{Be}$ индуцирует как нейтринные реакции

$${}^7\text{Be} + e^- \rightarrow {}^7\text{Li} + \nu_e, \quad ({}^7\text{Be}), \quad (5.8)$$

с последующим распадом лития по каналу

$${}^7\text{Li} + p \rightarrow {}^4\text{He} + \text{He}, \quad (5.9)$$

так и безнейтринные реакции

$${}^7\text{Be} + p \rightarrow {}^8\text{B} + \gamma. \quad (5.10)$$

${}^8\text{B}$ генерирует нейтрино

$${}^8\text{B} \rightarrow {}^8\text{B}^* + e^+ + \nu_e, \quad ({}^8\text{B}), \quad (5.11)$$

а появившийся при этом ${}^8\text{B}^*$ распадается

$${}^8\text{B}^* \rightarrow {}^4\text{He} + {}^4\text{He}. \quad (5.12)$$

Таким образом pp -цепочка заканчивается образованием ядра гелия ${}^3\text{He}$, двух позитронов и двух электронных нейтрино. Заметим, что водородный цикл — основной источник энергии звезд с массой $M < 1,2 M_\odot$ на начальной стадии их существования.

Имеется еще один цикл термоядерных реакций ответственный за появление нейтрино. Эта последовательность реакций, приводящая к образованию гелия из водорода, с участием углерода, азота, кислорода и фтора в качестве катализаторов, получила название углеродно-азотный цикл (или, используя химические символы углерода, азота и кислорода, CNO-цикл). Реакции этого цикла следующие

$$\begin{aligned} {}^{15}\text{C} + p &\rightarrow {}^{17}\text{N} + \gamma \\ {}^{13}\text{N} &\rightarrow {}^{13}\text{C} + e^+ + \nu_e, \quad ({}^{13}\text{N}) \\ {}^{13}\text{C} + p &\rightarrow {}^{14}\text{N} + \gamma \\ {}^{14}\text{N} + p &\rightarrow {}^{15}\text{O} + \gamma \\ {}^{15}\text{O} &\rightarrow {}^{15}\text{N} + e^+ + \nu_e, \quad ({}^{15}\text{O}) \\ {}^{15}\text{N} + p &\rightarrow {}^{12}\text{C} + {}^4\text{He} \\ {}^{15}\text{N} + p &\rightarrow {}^{16}\text{O} + \gamma \\ {}^{16}\text{O} + p &\rightarrow {}^{17}\text{F} + \gamma \\ {}^{17}\text{F} &\rightarrow {}^{17}\text{O} + e^+ + \nu_e, \quad ({}^{17}\text{F}) \\ {}^{17}\text{O} + p &\rightarrow {}^{14}\text{N} + {}^4\text{He}. \end{aligned} \quad (5.13)$$

Углеродно-азотный цикл — основной источник энергии массивных ($M \geq 1,2 M_\odot$) звезд на начальных стадиях их существования. Этот цикл доминирует над водородным при температурах $T \geq 18 \times 10^6$ К. Для солнечных

температур его вклад довольно слаб и за его счет рождается только 1,5 % нейтрино от полного потока.

Из уравнения (5.1) можно сделать грубые оценки полного нейтринного потока Φ_ν , который падает на земную поверхность. Поскольку в каждой реакции рождается два нейтрино и излучается энергия $E_\gamma \approx 27$ МэВ, то Φ_ν определится соотношением

$$\Phi_\nu \approx \frac{L_\odot}{4\pi D^2 \frac{1}{2} E_\gamma}, \quad (5.14)$$

где D — расстояние от солнечного ядра до Земли. Подстановка численных значений приводит к результату $\Phi_\nu \approx 6 \times 10^{10} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$. Реальные расчеты должны базироваться на использовании конкретной солнечной модели и учитывать величину сечений реакций, продуцирующих нейтрино. В табл. 5.1 приведены данные по расчету полных нейтринных потоков от pp - и CNO-циклов, основанные на CCM.

Таблица 5.1

источник	поток ($\text{см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$)
pp	$5,94 (1,00^{+0,01}_{-0,01}) \times 10^{10}$
pep	$1,39 (1,00^{+0,01}_{-0,01}) \times 10^8$
$\text{He } p$	$2,1 \times 10^3$
${}^7\text{Be}$	$4,8 (1,00^{+0,09}_{-0,09}) \times 10^9$
${}^8\text{B}$	$5,15 (1,00^{+0,19}_{-0,14}) \times 10^6$
${}^{13}\text{N}$	$6,05 (1,00^{+0,19}_{-0,13}) \times 10^8$
${}^{15}\text{O}$	$5,32 (1,00^{+0,22}_{-0,15}) \times 10^8$
${}^{17}\text{F}$	$6,48 (1,00^{+0,12}_{-0,11}) \times 10^6$

На рис. 5.1 представлен энергетический спектр солнечных нейтрино, предсказываемый CCM.

По оси абсцисс отложено значение потока солнечных нейтрино на расстоянии в одну астрономическую единицу ($1 \text{ а. е.} = 1,496 \times 10^{11} \text{ м}$). Потоки от непрерывных источников заданы в единицах $\text{см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{МэВ}^{-1}$. Для реакций, в которых излучение нейтрино происходит монохроматично, потоки определены в единицах $\text{см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$.

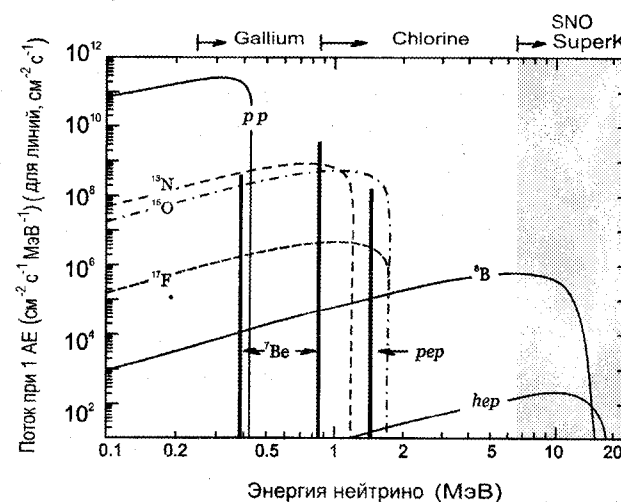


Рис. 5.1. Спектр солнечных нейтрино, предсказываемый стандартной солнечной моделью

5.3. Нейтринные телескопы

Все существующие нейтринные детекторы — нейтринные телескопы, в зависимости от способа регистрации нейтрино, могут быть разбиты на два класса: установки непрерывного и дискретного счета. К первому классу относятся нейтринные телескопы (НТ), использующие радиохимические методы. Второй класс составляют НТ, которые в режиме реального времени регистрируют частицы, рождение которых инициировано взаимодействием нейтрино с веществом детектора.

Принцип работы радиохимического НТ основан на изучении процесса обратного β -распада, вызываемого солнечным нейтрино



где X — ядра элементов, определяющих первичный состав детектора НТ. Как правило, возникшие в детекторе ядра Y являются радиоактивными и время их полураспада $T_{1/2}$ определяет длительность активной фазы измерений $t_a \sim (2-3)T_{1/2}$. По истечению t_a производится химический анализ вещества детектора и по количеству ядер Y определяется скорость захвата нейтрино. Преимущество радиохимических НТ состоит в том, что подбирая материал детектора, мы, соответственно, варьируем энергетический порог реакции (5.15). Это обстоятельство делает их незаменимыми при изучении низкоэнергетических нейтринных потоков. Основной недостаток радиохимических установок связан с невозможностью измерения

таких параметров нейтрино как время попадания в детектор, величина энергии и направление траектории. Последнее обстоятельство довольно обескураживающе, поскольку благодаря этому у нас нет шансов отличить, к примеру, солнечное нейтрино, от нейтрино, рожденного земным источником.

В основе работы НТ второго типа, например, может лежать изучение процесса упругого рассеяния нейтрино на электронах

$$\nu_l + e^- \rightarrow \nu_l + e^-, \quad (5.16)$$

$l = e, \mu$. Угловое распределение электронов отдачи имеет резкий максимум в направлении вперед (по отношению к налетающему нейтрино) с шириной $\Delta\theta \sim \sqrt{m_\nu/E_\nu}$. Это позволяет по траекториям рассеянных электронов установить направление источника нейтрино. Следующим достоинством подобной установки является возможность детектировать индивидуальные акты попадания нейтрино в детектор, что позволяет измерять время и энергию нейтрино (т. е. они работают в режиме реального времени). Недостаток НТ на электронах отдачи заключается в присутствии значительного фона, поскольку источником детектируемых электронов могут быть также процессы упругого рассеяния с участием любых нейтральных частиц. Однако, процесс исклечения фона сильно облегчается при работе с высокоэнергетическими нейтрино.

Принцип действия НТ второго типа также может быть основан на детектировании частиц, рождаемых в следующих реакциях с высокоэнергетическими нейтрино

$$\nu_l(\bar{\nu}_l) + N \rightarrow l(\bar{l}) + X, \quad (5.17)$$

$$\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow X, \quad (5.18)$$

где $l = e, \mu$ и за X обозначена совокупность адронов.

Длина свободного пробега вторичных высокоэнергетических электронов в веществе детектора очень мала, что не позволяет отличить их от адронов, так как и те и другие порождают ядерно-электромагнитный ливень. В отличие от электронов, длина свободного пробега высокоэнергетических мюонов очень велика, поскольку малы их энергетические потери на тормозное излучение, образование e^-e^+ -пар и ядерные взаимодействия. Чрезвычайно важно то, что мюоны движутся практически в том же направлении, как и рождающие их нейтрино. Средний угол между ν - и μ -траекториями, выраженный в градусах, дается выражением

$$\langle\theta\rangle \approx 2,6 \times \sqrt{\frac{100}{E_\mu(\text{ГэВ})}}.$$

В рабочем объеме НТ вдоль траектории мюона возникают тормозные фотоны, e^-e^+ -пары и адроны, дающие начало ядерно-электромагнитным

ливням. При $E_\mu \approx 100$ ТэВ отдельные небольшие ливни перекрываются, и вся траектория мюона светится черенковским излучением этих ливней. По направлению и интенсивности черенковского излучения можно определить траекторию и энергию мюона.

Адроны, генерированные в реакциях (5.17) и (5.18), также дают начало ядерно-электромагнитным ливням, направление и энергия которых определяется по черенковскому излучению. Регистрация ливней может быть выполнена и акустическим методом. Здесь регистрируемым сигналом будет импульс давления в рабочем объеме НТ, возникающий вследствие резкого разогрева узкого канала внутри ливня за счет ионизационных энергетических потерь электронов. В воде, например, звуковой сигнал распространяется в виде тонкого диска, толщиной порядка длины ливня $s \sim 5$ м и характерного радиуса $R \sim 1$ км. Детектирующим элементом в этом методе служат гидрофоны, регистрирующие сигнал, распространяющийся перпендикулярно оси ливня.

В НТ, основанном на регистрации вторичных мюонов, эффективный объем установки значительно превышает физический объем за счет детектирования мюонов, генерированных в толстом слое вещества вокруг детектора. Если использовать механизм детектирования нейтрино по адронным ливням, то это обстоятельство уже не будет иметь места. Малость длин адронных ливней приводит к тому, что их можно регистрировать по черенковскому излучению только внутри физического объема НТ.

В качестве рабочего вещества (детектора) подобного НТ могут использовать либо воду, либо полярный лед. Полярный лед представляет собой стерильную среду с более низкой концентрацией радиоактивных элементов, чем в морской или озерной воде. Использование полярного льда как детектора сильно увеличивает чувствительность НТ. Так, установка НТ на глубине всего 1 км позволяет отделять фоновый мюонный (атмосферный) поток, в 100 раз превышающий предельный поток для глубоководного детектора DUMAND (Deep Underwater Muon and Neutrino Detector), который был расположен на глубине 4,5 км. На Южном полюсе установлен НТ AMANDA, предназначенный для изучения потоков высокоэнергетических нейтрино. Примером глубоководного НТ на мюонах также является BAIKAL NT-200 (оз. Байкал).

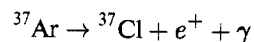
5.4. Детектирование солнечных нейтрино

К концу 2001 г. в исследование потоков солнечных нейтрино было задействовано семь НТ. Три из них основаны на радиохимических методах. Homestake эксперимент (штат Южная Дакота, США) — первый эксперимент с солнечными нейтрино (1967–2001 гг.) использовал хлор-

аргонный метод, т.е. процесс



и имел низкий энергетический порог 814 кэВ, что позволяло учитывать вклады от ^8B -, ^7Be -, $^{\text{per}}$ -, ^{13}N - и ^{15}O -нейтрино. Поскольку сечение реакции растет квадратично с энергией нейтрино, основной вклад в производство аргона дают наиболее высокоэнергетические борные нейтрино. Установка представляет собой бак объемом 390 тысяч литров, заполненный 610 т перхлорэтилена (C_2Cl_4). Детектор находится в шахте на глубине 1480 м. Сеанс облучения длится 3–4 месяца. За это время около 40 ядер ^{37}Cl , содержащихся в перхлорэтилене превращаются в ядра радиоактивного ^{37}Ar . Их извлекают из бака (пропуская пузырьки газа-носителя ^{36}Ar) и переносят в пропорциональные счетчики, где по позитронам распада



измеряют их количество. Уже первые измерения показали разногласие с предсказаниями ССМ. Так, например, на 1981 г. измеренное значение полной скорости захвата ν_e нейтрино определялось величиной

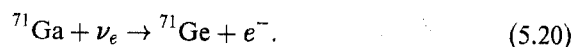
$$\Phi_{\text{exp}} = (1,8 \pm 0,3) \text{ SNU},$$

в то время как, вычисления с использованием ССМ давали

$$\Phi_{\text{theor}} = (7,6 \pm 3,3) \text{ SNU}.$$

SNU — сокращение от Solar Neutrino Unit — солнечная нейтринная единица; $1 \text{ SNU} = 10^{-36}$ захват/(атом мишени·с), т.е. в рассматриваемой ситуации соответствует потоку нейтрино, при котором в детекторе с 10^{36} ядер ^{37}Cl образуется одно ядро ^{37}Ar в 1 с. Следует помнить, что измеряемой в единицах SNU величиной является не просто поток, а произведение потока на сечение, проинтегрированное по энергиям детектируемых нейтрино. Расхождение между теоретическим значением потока солнечных нейтрино и измеренным получило название проблемы солнечных нейтрино.

Эксперименты GALLEX (Гран Сассо, Италия) и SAGE (Баксан, Россия) начали работать с 1991 г. В основу их работы положена реакция



Поскольку здесь порог еще ниже 233 кэВ, то уже поддаются учету вклады от самого низкоэнергетического, но многочисленного pp нейтринного потока. Установка GALLEX содержала 30 тонн природного галлия в виде раствора хлорида галлия (100 тонн), а в эксперименте SAGE используется металлический галлий. GALLEX коллаборация формально закончила свои

измерения в 1997 г. и в апреле 1998 г. была преобразована в ныне действующую GNO (Gallium Neutrino Observatory) коллаборацию. GNO будет работать непрерывно в течение длительного периода (порядка 10 лет), постепенно понижая общую неопределенность измеряемого потока до 5 % и меньше, что позволит наблюдать различного рода временные вариации потока солнечных нейтрино, предсказываемые некоторыми моделями. Результаты первой серии измерений были опубликованы в работе [56]. Измеренный выход регистрируемого процесса составил

$$65,8_{-9,6}^{+10,2} (\text{стат})_{-3,6}^{+3,4} (\text{систем}) \text{ SNU}.$$

Для сравнения укажем, что предсказания по ССМ допускают диапазон от 115 до 135 SNU.

Сходные результаты были получены и на HT SAGE, который хотя и основан на том же процессе (5.20), но использует совершенно другие методы с отличающейся неопределенностью и систематической ошибкой. Согласие этих экспериментов значительно увеличивает надежность полученных результатов.

Установка Kamiokande (1985–1996 гг.) и ее «преемник» Super-Kamiokande (запущена в 1996 г. и продолжает работать) находятся в Японии (Камиока) и принадлежат к второму типу HT. Super-Kamiokande — это большой водный черенковский детектор с доверительной массой 22,5 кт. При взаимодействии электронного или мюонного нейтрино в воде появляется электрон, сохраняющий направление нейтрино. Черенковский световой конус, создаваемый электроном отдачи, регистрируется в виде кольца фотоумножителями, покрывающими стенки детектора. Благодаря высоким порогам (7 МэВ для Kamiokande и 5,5 МэВ для Super-Kamiokande) регистрируются исключительно ^8B нейтринные потоки. Эксперимент Super-Kamiokande подтвердил результаты Kamiokande с большой статистической и систематической точностью, измерив поток солнечных нейтрино, оказавшийся, в этом случае, равным примерно половине от ожидаемого.

В мае 1999 г. вступил в строй еще один HT — SNO (Sudbury Neutrino Observatory). В этой установке в качестве детектора используется 1000 т тяжелой воды (D_2O), что позволяет изучать солнечные нейтрино с помощью процессов



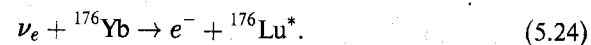
Реакция (5.21) чувствительна только к ν_e -нейтрино, в то время как реакции (5.22) и (5.23) чувствительны ко всем трем сортам нейтрино. Для реакций (5.21) и (5.22) энергетический порог равен 5 МэВ, а для реакции (5.23) — 2,225 МэВ.

Весной 2001 г. вступил в строй еще один многоцелевой НТ — KamLAND (Камиока), использующий в качестве детектора 1000 т сверхчистый жидкий сцинтиллятор. KamLAND также может регистрировать ^7Be нейтрино, однако его основная цель наблюдение осцилляций в суммарном нейтринном потоке от десяти реакторов, локализованных в области на расстоянии 80–350 км от детектора.

Поток нейтрино от ^7Be оказывается особенно чувствительным к параметрам нейтринных осцилляций. Измерение этого моноэнергетического потока (0,86 МэВ) в реальном времени является основной целью НТ на электронах отдачи с порогом 250 кэВ BOREXINO (Гран Сассо, Италия), который приступил к набору информации в начале 2002 г. Электроны отдачи от ν_e -рассеяния (сечение рассеяния для ν_μ и ν_τ меньше чем для ν_e), производят в веществе жидкостного сцинтиллятора вспышку света, которая регистрируется фотоумножителями. В нейлоновой сфере содержится 300 т сверхчистого псевдокумола, 100 т псевдокумола, заключенные в центральной области, составляют эффективный (чувствительный) объем. Нейлоновая сфера окружена также псевдокумолом, заполняющим сферу из нержавеющей стали диаметром 13,7 м, в которой находятся оптические модули, окружающие нейлоновую сферу. Вся конструкция погружена в резервуар с очищенной водой массой 2500 т.

Эксперимент планируется с порогом 0,25 МэВ, поскольку энергетический спектр электронов отдачи является непрерывным вплоть до 0,66 МэВ. При таких низких энергиях основной проблемой является контроль естественной радиоактивности материалов, которая обусловлена присутствующими повсюду радиоактивными изотопами. К настоящему времени выполнена обширная программа научно-исследовательских работ для выбора материалов и очистки их до чрезвычайно высоких уровней радиоактивной чистоты. Параллельно были разработаны методы измерения сверхнизких уровней радиоактивности. Достигнуты рекордные значения 10^{-16} – 10^{-17} (грамм примеси «загрязнения» на грамм материала) для ^{232}Th и ^{238}U . Выход нейтрино из бериллиевой ветви исключительно чувствителен к параметрам нейтринных осцилляций и составляет 40 событий в сутки для ССМ.

В идеале, для получения исчерпывающего ответа по проблеме солнечных нейтрино следует поставить эксперимент, позволяющий разделить вклады различных ветвей: pp , ^7Be , pep , ^8B и CNO. Эксперимент должен также обеспечить чувствительность к флейвору. Одним из перспективных предложений для достижения этой цели является проект LENS. В его основе лежит реакция



В (5.24) регистрируются электрон и запаздывающий γ -квант, используемый как маркер распада возбужденного Lu. Основное состояние ${}^{176}\text{Lu}$ выше основного состояния ${}^{176}\text{Yb}$, что делает этот нуклид устойчивым к β^- -распаду. Стабильность ядра мишени является обязательной. Если бы оно было нестабильным, то β^- -распадные электроны, неотличимые от «захватных» электронов (являющихся сигналом), создавали бы неприемлемый уровень фона. Это обстоятельство вместе с чрезвычайно низким порогом реакции захвата нейтрино (301 кэВ) делают ядро ${}^{176}\text{Yb}$ практически уникальным.

Электроны захвата и «маркерные» кванты регистрируются по вспышкам в жидкостном сцинтилляторе, содержащем ядра ${}^{176}\text{Yb}$. Если ССМ справедлива, то детектор на основе 20 т природного ${}^{176}\text{Yb}$ обеспечит выход величиной 200 событий в год в pp -ветви, 280 — в ^7Be -ветви и 16 — в pep -ветви. Присутствие γ -маркера смягчает жесткие условия на уровень радиочастоты по сравнению с экспериментом BOREXINO. Результаты работы LENS обещают быть чрезвычайно важными. Ожидаемый в эксперименте выход сильно зависит от параметров смешивания, что позволяет определить их точно. Отметим также, что в области ^7Be нейтрино LENS чувствителен только к электронным нейтрино, в то время как BOREXINO — ко всем трем сортам нейтрино, так что их сочетание обеспечивает высокую общую чувствительность ко всем нейтринным флейворам.

Homestake, GALLEX, SAGE и Kamiokande представляют собой НТ первого поколения. Super-Kamiokande, SNO, BOREXINO и KamLAND относятся уже к НТ второго поколения, одним из преимуществ которого является значительное повышение статистики регистрируемых событий (SNO и BOREXINO, например, могут регистрировать 6×10^3 событий в год и 50 событий в день, соответственно).

Проблема солнечных нейтрино оставалась нерешенной с 1967 по 2001 гг. В течение этого времени как измеренный поток нейтрино, так и его теоретические оценки менялись весьма незначительно. В табл. 5.2 мы представляем результаты экспериментов по наблюдению солнечных нейтрино на 2005 г. Там же приведены и теоретические значения соответствующих нейтринных потоков, полученные на основе той версии ССМ, которая считается общепризнанной [57]. Радиохимические результаты даны в SNU, потоки от водных черенковских детекторов в единицах $10^6 \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$.

Напомним, что только SNO чувствителен ко всем сортам нейтрино. Итак, результаты всех экспериментов, за исключением SNO, показывают значительное ослабление нейтринного потока по сравнению с предсказаниями ССМ. Существуют солнечные модели, в которых делаются попытки решить нейтринную проблему не прибегая к аномальному, с точки зрения

Таблица 5.2

Эксперимент	Мишень	Результат	Предсказания ССМ
Homestake	^{37}Cl	$2,56 \pm 0,23$	$7,6 \pm 1,2$
GALLEX/GNO	^{71}Ga	$69,3 \pm 5,5$	127 ± 10
SAGE	^{71}Ga	$66,9_{-5,0}^{+5,3}$	127 ± 10
Super-Kamiokande	H_2O	$2,35 \pm 0,10$	$5,1 \pm 0,2$
SNO	D_2O	$5,21 \pm 0,47$	$5,1 \pm 0,2$

стандартной модели электрослабых взаимодействий, поведению нейтрино (вакуумные осцилляции, эффекты усиления осцилляций в веществе и магнитном поле, осцилляции, вызванные нарушающими лептонный флейвор токами). Такое решение проблемы солнечных нейтрино получило название — астрофизическое решение. Приведем некоторые из этих гипотез. В работе [58] делалось предположение, что в настоящее время в Солнце имеется переизбыток атомов ^3He . Авторы работы [59] считали, что дефицит нейтрино может быть связан с быстрым вращением солнечных недр, которое уменьшает центральную плотность и температуру. Предполагалась также, что Солнце находится на более поздней стадии своей эволюции, на которой водород в ядре почти выгорел, и ядро состоит из гелия [60]. Предлагались и такие экзотические гипотезы, как генерация энергии Солнца не за счет термоядерных реакций, а за счет аккреции на черную дыру в центре Солнца [61]. Покажем, что астрофизическое решение исключается современными данными.

Поток нейтрино, измеренный в экспериментах GALLEX и SAGE представляет собой, в основном сумму вкладов от pp , ^7Be и ^8B . Если из общего потока, измеренного в этих экспериментах, вычесть поток pp , рассчитанный на основании солнечной светимости, и вклад ^8B , измеренный на Super-Kamiokande, то увидим, что для ^7Be -нейтрино совсем не остается места. Мы не знаем никакого астрофизического процесса, способного объяснить отсутствие этих нейтрино, и единственным объяснением остается исчезновение нейтрино на их пути от центра Солнца к Земле. Очевидно, что осцилляции нейтрино в веществе и вакууме являются наиболее привлекательными и правдоподобными гипотезами. Первую поддержку эта теория получила в 1998 г., когда группа Super-Kamiokande сообщила об обнаружении осцилляций атмосферных нейтрино, рождающихся в широких атмосферных ливнях [62]. В 2001 г. группа из нейтринной обсерватории Sudbury опубликовала данные по регистрации электронных нейтрино

от Солнца. Эти данные в сочетании с результатами Super-Kamiokande позволили сделать вывод, что нейтрино осциллируют из одного сорта в другой [63]. В 2002 г. дополнительные данные SNO убедительно доказали существование нейтринных осцилляций и привели в согласие полный поток нейтрино с теоретически ожидаемым значением [64].

5.5. Анализ данных по наблюдению нейтрино

Изучим процедуру получения ограничений на параметры нейтринных осцилляций с помощью экспериментов с солнечными нейтрино. Сначала ограничимся двухфлейворным приближением. Сделаем еще два упрощающих предположения.

- 1) Распределение плотности электронов в солнечном веществе описывается функцией

$$N_e(z) = 200N_A \exp\left(-\frac{10z}{R_\odot}\right), \quad (5.25)$$

где $N_A = 6,03 \times 10^{23} \text{ см}^{-3}$ — число Авогадро и мы направили ось z вдоль солнечного радиуса.

- 2) Все нейтрино рождаются в области, где $N_e = 99,8N_A$.

Отметим, что оба эти предположения довольно правдоподобны. Выражение (5.25) лишь незначительно отличается от предсказываемой ССМ плотности для расстояний $0 < z < 0,15R_\odot$ и большинство нейтрино действительно рождается именно в области солнечного ядра.

Поскольку в выражение для вероятности выживания электронного нейтрино $P_{\nu_e \nu_e}$ величины Δm^2 и E всегда входят в комбинации, то удобно $y = \Delta m^2/E$ трактовать как независимый параметр. На рис. 5.2 представлена функция $P_{\nu_e \nu_e}(y)$ для различных значений угла смешивания в вакууме θ_0 .

Как мы видим поведение вероятности выживания с уменьшением y достаточно интересно. $P_{\nu_e \nu_e}(y)$ велико при больших y , затем начинает

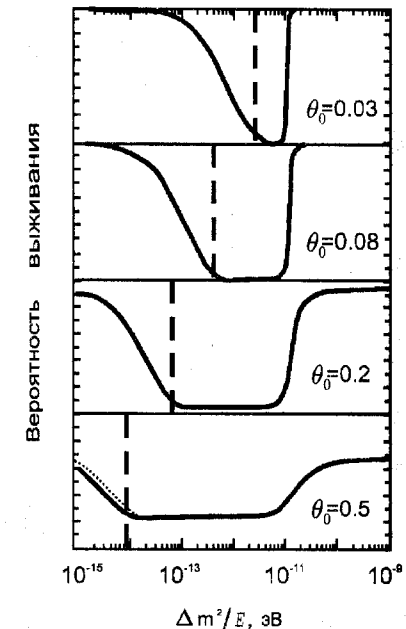


Рис. 5.2. Вероятность выживания электронных нейтрино как функция $\Delta m^2/E$ для различных значений θ_0

падать и, после достижения минимума, снова выходит в область больших значений. Постараемся объяснить это поведение, не прибегая к математическим тонкостям.

По мере удаления от солнечного ядра знаменатель выражения

$$\operatorname{tg} 2\theta_m = \frac{y \sin 2\theta_0}{y \cos 2\theta_0 - 2\sqrt{2}G_F N_e(z)}, \quad (5.26)$$

уменьшается и в точке резонанса обращается в нуль, что дает $(\theta_m)_r = \pi/4$. Затем знаменатель снова растет, уменьшая угол θ_m до значения $\theta_m = \theta_0$ при выходе нейтрино в вакуум. Следовательно, для существования резонансного перехода необходимо, чтобы θ_m в области рождения нейтрино превышало $\pi/4$. Как следует из (5.26) это возможно при выполнении условия

$$y \cos 2\theta_0 < 2\sqrt{2}G_F N_e(z_s) = 1,5 \times 10^{-11} \text{ эВ}. \quad (5.27)$$

В уравнение (4.83) для $P_{\nu_e \nu_e}(y)$ входит также и величина W_{12} , учитывающая неадиабатические эффекты. Очевидно, что ее влияние будет несущественным при $W_{12} \ll 1/2$. А как определить величину W_{12} при которой ее уже следует принимать во внимание? В физике молчаливо подразумевается, что бесконечно малая величина по сравнению с единицей это 10^{-2} и менее. Тогда из выражения для $P_{\nu_e \nu_e}(y)$ мы можем заключить, что пороговое значение для W_{12} , выше которого нам следует учитывать неадиабатичность, это 5×10^{-2} . При нашем выборе профиля плотности электронов этому значению W_{12} соответствует $\gamma_R \approx 3,8$. Тогда, из определения γ_R и (5.25) следует

$$y \frac{\sin^2 2\theta_0}{\cos 2\theta_0} < 10^{-14} \text{ эВ}. \quad (5.28)$$

На всех графиках рис. 5.2 штриховая линия изображает значение y , соответствующее знаку равенства в (5.28). Таким образом, слева от этой линии неадиабатические эффекты становятся важными.

При больших значениях y как резонансное условие (4.16), так и условие неадиабатичности (4.37) не выполняются, что приводит к

$$W_{12} \approx 0; \quad \theta_m \approx \theta_0$$

и мы имеем усредненные по времени осцилляции

$$P_{\nu_e \nu_e} \approx \frac{1}{2} (1 + \cos^2 2\theta_0).$$

Далее уменьшая y , мы приближаемся к точке резонанса, которая при малых вакуумных углах смешивания достигается при

$$y \approx 1,5 \times 10^{-11} \text{ эВ}.$$

Вблизи этих значений y в области, размеры которой определяются шириной резонанса, вероятность выживания резко падает. Из рис. 5.2 следует, что ширина области падения увеличивается при возрастании θ_0 , как и предсказывает формула для ширины резонанса

$$\Gamma = N_R \operatorname{tg} 2\theta_0.$$

При дальнейшем уменьшении y вероятность выживания описывается адиабатическим приближением, т. е. $P_{\nu_e \nu_e} \approx \sin^2 \theta_0$. Если бы неадиабатические эффекты отсутствовали, то вероятность выживания бы и далее при уменьшении y находилась бы на минимуме. Однако в некоторой точке y , положение которой зависит от θ_0 , неадиабатические эффекты становятся важными, что приводит к возрастанию $P_{\nu_e \nu_e}$. Как следует из (4.83) начало этого эффекта смещается в область больших y при увеличении θ_0 .

Итак, если из эксперимента нам известна $P_{\nu_e \nu_e}$, то наша задача сводится к установлению областей осцилляционных параметров Δm^2 и θ_0 в которых теория совпадает с экспериментом. Рассмотрим пучок электронных нейтрино с фиксированной энергией. Результаты анализа удобно представлять в плоскости переменных Δm^2 и $\eta = \sin^2 2\theta_0 / \cos 2\theta_0$, поскольку именно они входят как параметры в выражение для вероятности выживания. Как мы установили ранее, для того чтобы имела место конверсия $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ необходимо выполнение трех условий, каждому из ко-

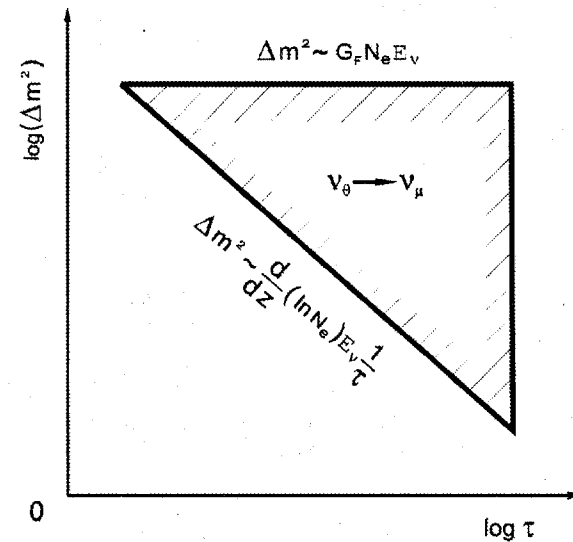


Рис. 5.3. МСВ — треугольник ($\eta = \sin^2 2\theta_0 / \cos 2\theta_0$) 100 % $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ — конверсия имеет место внутри треугольника

торых соответствует линия в плоскости переменных $(\Delta m^2, \eta)$. Первое условие $(\theta_m)_s > \pi/4$ приводит к горизонтальной прямой на рис. 5.3. Здесь движение нейтрино происходит адиабатически. Поскольку на большей части горизонтальной ветви выполняется $\theta_0 \ll 1$, то ее положение в плоскости $(\Delta m^2, \eta)$ задается соотношением

$$\Delta m^2 \sim 2\sqrt{2}G_F N_e(z_s)E. \quad (5.29)$$

Второе условие связано с существованием минимума $P_{\nu_e \nu_e}$ на рис. 5.2. Движение нейтрино в этом случае адиабатично, а вероятность выживания $\sim \sin^2 \theta_0$. На плоскости $(\Delta m^2, \eta)$ этому условию соответствует вертикальная линия. Эффекты неадиабатичности обуславливают третье ограничение на переменные Δm^2 и η . Условие конечности параметра адиабатичности приводит к диагональной линии на которой

$$\Delta m^2 \sim \left| \frac{d}{dz} \ln N_e(z) \right|_r \frac{E}{\eta}.$$

При значениях переменных Δm^2 и η лежащих внутри полученного треугольника теория совпадает с экспериментом. Подобные треугольники всегда возникают при анализе поведения нейтринного пучка в веществе на основании МСВ-эффекта и за ними закрепился термин — МСВ треугольники.

Обратим внимание на связь энергии электронных нейтрино с характером их конверсии вдоль каждой из трех ветвей. Для этого вновь обратимся к рис. 5.2. Горизонтальная ветвь МСВ треугольника соответствует резонансной конверсии в правой части рис. 5.2, где вероятность выживания быстро уменьшается с уменьшением $\Delta m^2/E$ или увеличением E . Следовательно, для горизонтальной ветви низкоэнергетические нейтрино преимущественно выживают, а высокоэнергетические — меняют флейвор. Вертикальной ветви соответствует дно ямы рис. 5.2, где вероятность выживания от энергии не зависит ($P_{\nu_e \nu_e} \sim \sin^2 \theta_0$). Диагональная ветвь отображает неадиабатическую область в левой части рис. 5.2. В этом случае вероятность резонансной конверсии выше для низкоэнергетических нейтрино и склонность к выживанию доминирует в поведении высокоэнергетических нейтрино.

Сделаем еще один шаг по пути приближения к условиям реального эксперимента. Предположим, что измеренная нами вероятность выживания для пучка электронных нейтрино с энергией 5 МэВ оказалась в интервале от $(P_{\nu_e \nu_e})_{\min} = 0,19$ до $(P_{\nu_e \nu_e})_{\max} = 0,35$. На рис. 5.4 штриховыми линиями представлены два контура, соответствующие значениям $(P_{\nu_e \nu_e})_{\min}$ и $(P_{\nu_e \nu_e})_{\max}$.

Разрешенная область S для параметров Δm^2 и η находится между этими контурами. Предположим далее, что мы выполнили еще один

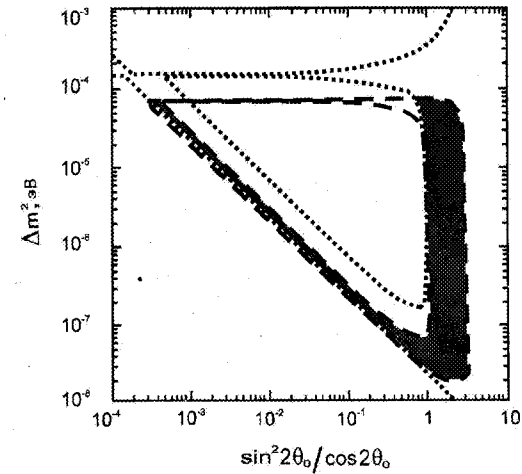


Рис. 5.4. Разрешенные области параметров осцилляций нейтрино (штриховая линия соответствует $E_{\nu_e} = 5$ МэВ, точечная линия — $E_{\nu_e} = 10$ МэВ)

эксперимент, но на этот раз с нейтрино, обладающими энергией 10 МэВ и получили результат

$$0,18 \leq P'_{\nu_e \nu_e} \leq 0,55. \quad (5.30)$$

Неравенство (5.30) приводит к разрешенной области S' , изображенной на рис. 5.4 с помощью точечных кривых. Тогда, с точки зрения обоих экспериментов разрешенные области будут представлять собой зоны перекрытия S и S' . Они представлены на рис. 5.4 в виде заштрихованной области. Отметим, что никаких перекрытий не наблюдается для горизонтальной части МСВ-треугольника. Очевидно, что аналогичная процедура получения ограничений на осцилляционные параметры нейтрино может быть обобщена на случай трех и более экспериментов.

Однако в эксперименте вероятность выживания электронных нейтрино непосредственно не измеряется. Рассмотрим, к примеру, процесс наблюдения солнечных нейтрино на Super-Kamiokande (SK) [66]. Нейтрино детектировались в реакции упругого рассеяния на электронах (ES)

$$\nu_a + e^- \rightarrow \nu_a + e^-. \quad (5.31)$$

Полный темп набора ES-событий определяется равенством

$$R_{\nu_e}^{ES} = \langle \sigma_{\nu_e} \rangle \Phi_{\nu_e}^{ES}, \quad (5.32)$$

где $\langle \sigma_{\nu_e} \rangle$ — сечение процесса $\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-$ усредненное по начальному спектру нейтрино от ^8B и $\Phi_{\nu_e}^{ES}$ — поток ν_e на Земле (напомним, что

в эксперименте SK в основном регистрируются ν_e , так как чувствительность этого эксперимента к ν_μ и ν_τ в 6 раз меньше, чем к ν_e). Поток $\Phi_{\nu_e}^{ES}$ задается соотношением

$$\Phi_{\nu_e}^{ES} = \langle P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{2\nu} \rangle \Phi_{\nu_e}^0, \quad (5.33)$$

где $\langle P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{2\nu} \rangle$ — усредненная вероятность выживания ν_e и $\Phi_{\nu_e}^0$ — полный начальный поток солнечных нейтрино. За 1496 дней работы при пороге по полной энергии отдачи 5 МэВ было зарегистрировано $22\,400 \pm 800$ событий. В самом простом случае, когда смешиваются только электронное и мюонное нейтрино и адиабатические эффекты пренебрежимо малы, вероятность выживания левостороннего электронного нейтрино в дневное время $P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{2\nu}$ определяется выражением

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{2\nu}(\Delta m_{12}^2, \theta_{12}; N_e) = \frac{1}{2} [1 + \cos 2\tilde{\theta}_{12} \cos 2\theta_{12}], \quad (5.34)$$

где из соображений простоты опущена CP -фаза и $\tilde{\theta}_{12}$ представляет собой эффективный угол смешивания в точке рождения нейтрино. Тогда, используя (5.33) и (5.34), мы можем найти теоретическое значение для $R_{\nu_e}^{ES}$. Сравнение полученного выражения с экспериментально измеренным и даст нам разрешенные области осцилляционных параметров.

Анализ значительно усложняется, если мы переходим к трехфлейворному приближению. В этом приближение выражение для вероятности выживания электронного нейтрино $P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{3\nu}$ имеет более сложный вид (см., например, [67]). Однако для СМ $P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{3\nu}$ может быть связана с $P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{2\nu}$ достаточно простым способом [68]

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{3\nu} = \cos^4 \theta_{13} P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{2\nu}(\Delta m_{12}^2, \theta_{12}; N_e \cos^2 \theta_{13}) + \sin^4 \theta_{13}. \quad (5.35)$$

Это оказывается возможным поскольку на $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ резонансе 3×3 матрица оператора Гамильтона во флейворном базисе сводится к 2×2 матрице с $n_e(r) \rightarrow n_e(r) \cos^2 \theta_{13}$.

Подчеркнем, что подобное упрощение не имеет места для моделей, в которых потенциал солнечного вещества модифицируется за счет взаимодействия нейтрино с дополнительными по отношению к СМ частицами. Так, в ЛПМ гамильтониан взаимодействия не является диагональным во флейворном базисе. Даже если будет иметь место

$$V_{e\tau}^H = V_{\mu\tau}^H = 0,$$

то и тогда нам не удастся связать $P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{2\nu}$

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{2\nu}(\Delta m_{12}^2, \theta_{12}; N_e) = \frac{1}{2} [1 + \cos 2\tilde{\theta}_{12} \cos 2\theta_{12}],$$

где

$$\tan 2\tilde{\theta}_{12} = \frac{\Delta m_{12}^2 \sin 2\theta_{12} + 4EV_{e\mu}^H}{[\Delta m_{12}^2 \cos 2\theta_{12} - 2EV^{SM}] + 2E[V_{\mu\mu}^H - V_{ee}^H]}. \quad (5.36)$$

и $P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{3\nu}$ столь же простым образом как это нам удалось в СМ.

5.6. Прохождение нейтрино сквозь Землю

Нейтрино идущие от Солнца в ночное время проходят земную толщу прежде чем попасть в НТ. Этот фактор также должен приниматься во внимание в реальном эксперименте с солнечными нейтрино.

Для определенности рассмотрим идущие от Солнца пучки мюонных и тау-лептонных нейтрино, которые возникли при $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ - и $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ -переходах. При прохождении земной толщи эти нейтрино могут снова за счет МСВ-эффекта конвертироваться в электронные нейтрино. Определим условия при которых это явление может иметь место. С одной стороны, в точке резонансного перехода должно выполняться

$$\Delta m^2(\text{эВ}^2) = 1,41 \times 10^{-7} \frac{\rho(\text{г/см}^3) N_e E(\text{МэВ})}{\cos 2\theta_0}. \quad (5.37)$$

С другой стороны, необходимым условием развития осцилляций является

$$(l_m)_r > 2\pi R_\oplus. \quad (5.38)$$

Подстановка в неравенство (5.38) выражения для $(l_m)_r$ дает

$$\Delta m^2(\text{эВ}^2) > 6,2 \times 10^{-8} \frac{E(\text{МэВ})}{\sin 2\theta_0}. \quad (5.39)$$

Область Δm^2 , ограниченная соотношениями (5.37) и (5.39) и есть область действия МСВ-эффекта для нейтрино, которые приходят к земному детектору в ночное время. Эффект регенерации потока солнечных нейтрино при его прохождении через Землю был предсказан в работе [36] и получил название асимметрии «день-ночь». В эксперименте измеряется величина

$$A_{dn} = \frac{\Phi_{night} - \Phi_{day}}{\Phi_{night} + \Phi_{day}}, \quad (5.40)$$

где Φ_{night} (Φ_{day}) — ночной (дневной) поток ν_e -нейтрино.

Найдем аналитическое выражение для вероятности регенерации электронных нейтрино. Вспомним некоторые данные по строению Земли. Согласно сейсмическим данным, недра Земли разделяются на три основные области: кору, мантию и ядро. Кора отделена от мантии резкой сейсмической границей, на которой скорости сейсмических продольных

v_l и поперечных v_t волн, а также плотность ρ скачкообразно возрастают. Эффективная толщина коры принимается равной 35 км. В интервале глубин 35–2885 км расположена силикатная оболочка, или мантия. Сейсмическая граница между мантией и ядром — наиболее резкая граница раздела в недрах Земли. На ней v_l скачком падает от 13,6 км/с в мантии до 8,1 км/с в ядре, а v_t уменьшается от 7,3 км/с до нуля. Ядро Земли также может быть условно поделено на три зоны — внешнее ядро (2885–4980 км), переходная зона ядра (4980–5120 км) и внутреннее ядро (5120–6371 км). Непропускание ядром поперечных волн означает, что модуль сдвига ядра равен нулю, т.е. внешнее ядро (30 % M_\oplus) находится в жидком состоянии и, согласно современным представлениям, состоит из серы (12 %) и железа (88 %). Внутреннее ядро (1,7 % M_\oplus) содержит в себе железо-никелевый сплав (20 % Ni, 80 % Fe). Распределение плотности Земли представлено на рис. 5.5.

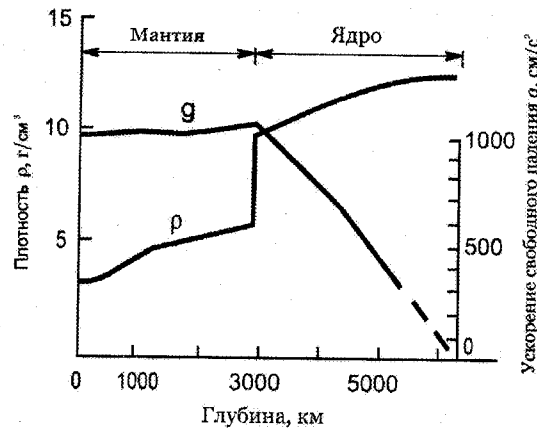


Рис. 5.5. Распределение плотности ρ и ускорения свободного падения g внутри Земли

Вид кривой $\rho(z)$ наводит нас на мысль, что в хорошем приближении движение нейтрино в толще Земли можно рассматривать как движение в двух однородных средах — мантии ($\langle \rho_m \rangle$) и ядре ($\langle \rho_n \rangle$). Тогда наша задача сведется к решению уравнения эволюции для однородного вещества.

Если ограничиться двухфлейворным приближением, то на поверхности Земли нейтринный поток представляет собой смесь ν_e и ν_X ($X = \mu, \tau$)

$$\psi(0) = a\nu_e(0) + b\nu_X(0) = a \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (a^2 + b^2 = 1).$$

При движении в веществе удобно перейти к новой волновой функции

$$\begin{pmatrix} \nu'_e(z) \\ \nu'_X(z) \end{pmatrix} = \exp \left[i \int_0^z \sqrt{2} G_F N_e dz' \right] \begin{pmatrix} \nu_e(z) \\ \nu_X(z) \end{pmatrix}. \quad (5.41)$$

Тогда уравнение эволюции примет вид

$$i \frac{d}{dz} \begin{pmatrix} \nu'_e(z) \\ \nu'_X(z) \end{pmatrix} = (A\sigma_3 + B\sigma_1) \begin{pmatrix} \nu'_e(z) \\ \nu'_X(z) \end{pmatrix}, \quad (5.42)$$

где

$$A = \frac{1}{2} \left(\sqrt{2} G_F N_e - \frac{\Delta m^2 \cos 2\theta_0}{2E} \right), \quad B = \frac{\Delta m^2 \sin 2\theta_0}{4E}.$$

Решение уравнения (5.42) в точке с координатой L , удовлетворяющее граничным условиям

$$\nu'_e(0) = 1, \quad \nu'_X(0) = 0$$

имеет вид

$$\nu'_e(L) = \cos \left(\frac{\pi L}{l_m} \right) - i \left(\frac{l_m}{l_0} \right) \sin \left(\frac{\pi L}{l_m} \right) \left(\frac{l_0}{l_N} - \cos 2\theta_0 \right), \quad (5.43)$$

$$\nu'_X(L) = -i \left(\frac{l_m}{l_0} \right) \sin \left(\frac{\pi L}{l_m} \right) \sin 2\theta_0, \quad (5.44)$$

где

$$l_N = \frac{\sqrt{2}\pi}{G_F N_e}.$$

Однако, решения (5.43) и (5.44) не образуют полную систему ортонормированных функций, поскольку имеется еще одно решение

$$\begin{pmatrix} -\nu_X^*(z) \\ \nu_e^*(z) \end{pmatrix},$$

ортogonalное полученному. Действительно, выполняя комплексное сопряжение уравнения (5.42) и затем умножая его на σ_2 слева, получаем

$$i \frac{d}{dz} \begin{pmatrix} -\nu_X^*(z) \\ \nu_e^*(z) \end{pmatrix} = (A\sigma_3 + B\sigma_1) \begin{pmatrix} -\nu_X^*(z) \\ \nu_e^*(z) \end{pmatrix}. \quad (5.45)$$

С учетом этого обстоятельства, вероятность обнаружения ν_e после того как нейтринный пучок пройдет расстояние L дается выражением

$$P_{\nu_e \nu_e} = \left| \left[a \begin{pmatrix} \nu'_e(L) \\ \nu'_X(L) \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} -\nu_X^*(L) \\ \nu_e^*(L) \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right|^2 =$$

$$= |a\nu'_e(L)|^2 |b\nu'_\mu(L)|^2 - ab^* \nu'_\mu(L) \nu'_e(L) - a^* b \nu'_\mu(L) \nu'_e(L). \quad (5.46)$$

Поскольку интерес для нас представляет тот случай, когда нейтрино, покинувшее Солнце находится в состоянии ν_2 , то коэффициенты a и b определяются выражениями

$$a = \sin \theta_0 \exp [iE_2 z], \quad b = \cos \theta_0 \exp [iE_2 z]. \quad (5.47)$$

Подстановка (5.47) в выражение для $P_{\nu_e \nu_e}$ дает

$$P_{\nu_e \nu_e} = \sin^2 \theta_0 |\nu'_e(L)|^2 + \cos^2 \theta_0 |b\nu'_\mu(L)|^2 - \frac{1}{2} \sin 2\theta_0 [\nu'_\mu(L) \nu'_e(L) - \text{conj.}]. \quad (5.48)$$

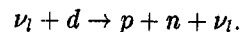
Если резонансное условие приближенно выполняется, то $\nu'_e(L)$ и $\nu'_\mu(L)$ принимают вид

$$\nu'_e(L) \approx \cos \left(\frac{\pi L \sin 2\theta_0}{l_0} \right), \quad \nu'_\mu(L) \approx \sin \left(\frac{\pi L \sin 2\theta_0}{l_0} \right). \quad (5.49)$$

Тогда вероятность регенерации электронного нейтрино будет определяться достаточно простым выражением

$$P_{\nu_e \nu_e} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\theta_0 \cos \left(\frac{2\pi L \sin 2\theta_0}{l_0} \right). \quad (5.50)$$

Приведем результаты поисков асимметрии *день-ночь* для солнечных нейтрино на 2005 г. с учетом данных от второй фазы Sudbury Neutrino Observatory (SNO) [69]. Вторая фаза началась в июне 2001 г. с добавления 2000 кг NaCl в 1000 т D₂O и закончилась в октябре 2003 г. Наличие соли в мишени SNO усилило захват и эффективность детектирования нейтронов в реакции



В работе [70] был выполнен глобальный χ^2 анализ данных по SK и по обоим фазам SNO для ^8B солнечных нейтрино. При этом использовалась стандартная методика обработки данных по нейтринным экспериментам, предложенная в работе [71]. Полученный результат для асимметрии *день-ночь* имеет вид

$$A_{dn} = \frac{\Phi_{\text{night}} - \Phi_{\text{day}}}{\Phi_{\text{night}} + \Phi_{\text{day}}} = 0,035 \pm 0,027. \quad (5.51)$$

Из (5.51) следует, что для солнечных бериллиевых нейтрино резонансная конверсия при движении в земной толще отсутствует. Точки резонансна недостижимы по причине малой энергии нейтрино. Очевидно, что используя пучки коллайдерных нейтрино и варьируя их энергию, мы сможем наблюдать резонансную конверсию нейтрино при прохождении земной толщи.

Глава 6

Атмосферные нейтрино

То ли колодец был очень глубок, то ли падала она очень медленно, только времени у нее было достаточно чтобы прийти в себя и подумать, что же будет дальше...

Л. Кэрролл.

Алиса в стране чудес

6.1. Космические лучи

Космическое излучение, открытое в 1912 г. Гессом, состоит примерно на 98 % из ядер и на 2 % из электронов. Протоны составляют 87 % ядер, 12 % приходится на α -частицы и 1 % — на тяжелые элементы. Состав космических лучей был определен экспериментально в области энергий от нескольких МэВ до нескольких ТэВ [72]. Обнаружено хорошее согласие между относительными распространенностями элементов на Солнце и в космических лучах, что указывает на единый звездный механизм их образования. Однако в космическом излучении повышено содержание ядер Li, Be и B, а также ядер, расположенных непосредственно перед железом. Это превышение можно объяснить, полагая, что избыток этих элементов возник в космических лучах при движении в межзвездном пространстве за счет реакций скалывания на ядрах C, N и Fe. Тогда, отношение первичных (C, N и Fe) к доле вторичных (Li, Be и B) ядер позволяет оценить время пребывания космических лучей в пределах нашей Галактики $\tau \sim 10^6$ лет. Распределение относительных распространенностей элементов оказывается почти не зависящим от энергии (за исключением Fe).

Первые вычисления спектра p и He были выполнены в работах [73], [74], [75], для областей энергии (1–10) ГэВ, (10–50) ГэВ и (50–1000) ГэВ соответственно. Вычисленный спектр имеет вид

$$\frac{dN}{dE_k} \sim E_k^\alpha, \quad (6.1)$$

где $\alpha \approx -2,75$ для широкой области энергий, исключая только область очень низких энергий. Однако большинство выполненных к настоящему

времени экспериментов по наблюдению потоков первичных космических частиц (MASS [76], CAPRICE [77], BESS [78] и AMS [79]) не согласуются как с теоретическими предсказаниями, так и с друг другом¹⁾. Это вынуждает использовать формулы, отличные от (6.1). Так, для грубой оценки потока протонов используется формула

$$\frac{dN_p}{dE_k} \sim 1,2 \times 10^4 E_k^{-2,7} \text{ м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{ср}^{-1} \cdot \text{ГэВ}^{-1},$$

а отношение потока N_e к потоку p при энергиях ≥ 10 ГэВ дается величиной $\approx 0,06$.

При расчете потока космических лучей следует учесть, что на него в верхних слоях атмосферы влияет два фактора:

- 1) модуляции, обусловленные солнечным ветром (этот эффект коррелируется с солнечной активностью и обнаруживает сильную временную зависимость);
- 2) обрезание низкоэнергетической части спектра за счет геомагнитных полей (этот эффект зависит от местоположения НТ и достаточно слабо зависит от времени).

Солнечный ветер замедляет космические лучи. Этот эффект обычно описывается моделью диффузионной конвекции, которая приводит к следующей формуле для наблюдаемого спектра [80]

$$i(p, r, t) = i_0(p) \exp \left[- \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \frac{v(t)}{D(p, r', t)} dr' \right], \quad (6.2)$$

где r_{\min} — расстояние от Земли, r_{\max} — граница солнечного ветра от Солнца (33–43 а. е.), $v(t)$ — скорость солнечного ветра (≈ 430 км/с), D — коэффициент диффузии, $i_0(p)$ — спектр в межзвездном пространстве. Этот эффект становится максимальным в годы максимума солнечной активности. Так, протонный пучок с энергией 1 ГэВ при минимальной солнечной активности оказывается в два раза большим, чем в случае максимума солнечной активности. Этот эффект понижается до $< 10\%$ при $E_p = 10$ ГэВ.

Низкоэнергетические космические лучи не достигают Земли из-за биполярного магнитного поля, которое действует как экран. Приближенная формула для обрезания по импульсам дается соотношением [81]

$$p_{\text{cut}} = p_0 \frac{\cos^4 \lambda}{[1 + (1 - \cos^3 \lambda \sin \theta \sin \phi)^{1/2}]^2}, \quad (6.3)$$

¹⁾ Существующая техника эксперимента не позволяет определять состав излучения при энергиях выше нескольких ТэВ.

где $p_0 = eR_{\oplus}B/c$, B — индукция магнитного поля на магнитном экваторе, R_{\oplus} — радиус Земли, λ — геомагнитная широта, θ — зенитный угол, ϕ — азимут, измеренный от северного магнитного полюса.

При энергиях выше нескольких ТэВ потоки космического излучения становятся слишком малыми для использования прямых методов их детектирования. Косвенные методы основаны на взаимодействии первичного излучения с атмосферой Земли. Необходимую информацию извлекают путем последующего анализа образовавшегося вторичного излучения. При взаимодействиях космических лучей с ядрами атомов, окружающей Землю атмосферы образуются пионы и каоны. При распадах этих частиц возникают γ -кванты, мюоны и нейтрино, которые и являются основными детектируемыми продуктами космических лучей. Поскольку поток вторичных частиц формируется в интервале высот над уровнем моря 10–20 км, то практически все мюоны с энергиями выше 10 ГэВ достигают поверхности Земли до своего распада.

6.2. Образование атмосферных нейтрино

Основные источники ν_e , $\bar{\nu}_e$ и ν_μ , $\bar{\nu}_\mu$ это следующие каналы распадов вторичных частиц

$$\pi^\pm \rightarrow \mu^\pm \nu_\mu (\bar{\nu}_\mu), \quad (100 \%), \quad (6.4)$$

$$K^\pm \rightarrow \mu^\pm \nu_\mu (\bar{\nu}_\mu), \quad (63,5 \%), \quad (6.5)$$

$$K_L^0 \rightarrow \pi^\pm e^\mp \bar{\nu}_e (\nu_e), \quad (38,8 \%), \quad (6.6)$$

$$K_L^0 \rightarrow \pi^\pm \mu^\mp \bar{\nu}_\mu (\nu_\mu), \quad (27,2 \%), \quad (6.7)$$

$$\mu^\pm \rightarrow e^\pm \bar{\nu}_\mu \nu_e (\bar{\nu}_e \nu_\mu), \quad (100 \%), \quad (6.8)$$

где в скобках указан брэнчинг соответствующей реакции.

Вычисление падающего на Землю нейтринного потока состоит из трех этапов:

- 1) расчет спектра первичных космических частиц в верхних слоях атмосферы;
- 2) расчет спектра частиц, образовавшихся в результате взаимодействия космических частиц с ядрами воздуха (спектр каонов, π -мезонов и мюонов);
- 3) расчет нейтринных потоков, возникших в результате распада K_L^0 , K^\pm , π^\pm и μ^\pm .

Сложности вычисления потоков каонов, мюонов и π -мезонов вызваны двумя обстоятельствами. Во-первых, процессы их образования конкурируют с процессами взаимодействия и потерей энергии потоком

первичных космических частиц при движении в атмосфере. Во-вторых, прежде чем распасться, они также за счет взаимодействия теряют энергию. Уравнение, которое описывает распространение потока i -частиц (i = ядра, π , K^\pm , μ^\pm и т.д.) имеет вид [82]

$$\frac{\partial I_i(E, x, \theta)}{\partial x} = -\mu_i(E)I_i(E, x, \theta) - \frac{m_i}{E\tau_i\rho(x)}I_i(E, x, \theta) + \sum_j \int dE' d\theta' \mu_i(E')S_{ji}(E', \theta', E, \theta)I_j(E', x, \theta'), \quad (6.9)$$

где $I_i(E, x, \theta)$ — поток i -частиц ($\text{г} \cdot \text{см}^{-2}$) из верхних слоев атмосферы с зенитным углом θ и энергией E , m_i и τ_i — масса и время жизни, соответственно, μ_i — коэффициент поглощения, ρ — плотность атмосферы и S_{ji} — вероятность рождения i -частицы из j -состояния. Первая величина представляет потерю потока за счет поглощения, вторая величина обусловлена распадами и третья величина учитывает процессы образования рассматриваемых частиц. В формуле (6.9) опущено слагаемое, ответственное за потерю энергии, поскольку оно существенно только при рассмотрении движения мюонов. Для мюонов, вместо (6.9) имеем

$$\frac{\partial I_\mu(E, x, \theta)}{\partial x} = -\frac{m_\mu}{E\tau_\mu\rho(x)}I_\mu(E, x, \theta) + S_\mu(E, x, \theta) + \frac{\partial}{\partial x}[B(E)I_\mu(E, x, \theta)], \quad (6.10)$$

где $S_\mu(E, x, \theta)$ — описывает образование мюонов и

$$B(E) = \frac{dE}{dx} \simeq (a + bE) \quad (6.11)$$

представляет собой скорость потери энергии, где $a \simeq 2,2 \text{ МэВ} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{г}^{-1}$ — потеря энергии за счет ионизации, bE — сумма потерь энергии за счет тормозного излучения, рождения e^-e^+ -пар и ядерного взаимодействия, т.е. $b = b_{\text{pair}} + b_{\text{brems}} + b_{\text{nuc}}$. Вычисления показывают, что $b_{\text{pair}} > b_{\text{brems}} > b_{\text{nuc}}$ и величина bE начинает превышать a только при $E \geq 1 \text{ ТэВ}$.

Отметим, что вычисление сечений взаимодействия космических лучей с ядрами требует знания деталей адронных взаимодействий. К сожалению, экспериментальные данные, полученные в коллайдерных экспериментах не в состоянии дать полную информацию, поскольку угол акцептанта коллайдерных детекторов чрезвычайно мал (порядка миллирадиан). Таким образом, уже при $E_\pi/E_N < 0,15$ надежные данные отсутствуют.

Современные вычисления потоков атмосферных нейтрино принимают во внимание все распады с брэнчингом большим 1%. При энергиях $< 10 \text{ ГэВ}$ вклады от каонов в нейтринный пучок меньше 10%.

Мюоны, возникающие при распаде π -мезонов оказываются поляризованными на $\sim 30\%$ в лабораторной системе, что приводит к увеличению (по отношению к неполяризованному случаю) распадных электронных (анти)нейтрино.

В иллюстративных целях приведем основные этапы вычислений нейтринных потоков. Если заменить расстояния, на которых происходит распад и поглощение π -мезонов, их средними значениями, то приближенная формула для потока ν_μ от распадов $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ имеет вид [83]

$$\frac{dF_\nu}{dE_\nu d\Omega} = N \int dh \int dE_\pi \int dy \frac{d\Gamma_\nu(E_\pi, E_\nu)}{dE_\nu} D_\pi(E_\pi) R_\pi(E_\pi, h, y) \frac{d^2 J_\pi(E_\pi, y)}{dE_\pi dy}, \quad (6.12)$$

где $d\Gamma_\nu(E_\pi, E_\nu)/dE_\nu$ — спектр нейтрино, возникающих при распаде π -мезонов, $D_\pi(E_\pi) = \tau_\pi^{-1}(m_\pi/E_\pi)$ — скорость распада π -мезона, $R_\pi(E_\pi, h, y)$ — вероятность того, что π -мезон с энергией E_π , рожденный на высоте y распадется в точке с координатой h . Входящий в формулу (6.12) энергетический спектр π -мезонов на высоте y дается выражением

$$\frac{d^2 J_\pi(E_\pi, y)}{dE_\pi dy} = \sigma_{\text{inel}} N_L \rho(y) \int_{\max[E_\pi, E_{\text{cut}}(\theta)]}^{\infty} \frac{d\Gamma_\pi(E_\pi, E_p)}{dE_\pi} \frac{d^2 J_p(E_p, y, \Omega)}{dE_p dy} dE_p, \quad (6.13)$$

где $d^2 J_p(E_p, y, \Omega)/(dE_p dy)$ — спектр энергии первичных протонов на высоте y и $d\Gamma_\pi(E_\pi, E_p)/(dE_\pi)$ — энергетический спектр рожденных π -мезонов, который может быть аппроксимирован выражением

$$\frac{d\Gamma_\pi(x)}{dx} \approx \frac{(1-x)^3}{x},$$

x — отношение импульсов π -мезона и протона в лабораторной системе. При интеграции (6.12) по телесному углу геомагнитный эффект должен быть принят во внимание. В интеграле (6.13) в качестве нижнего предела следует брать геомагнитное обрезание (E_{cut}), если $E_{\text{cut}} > E_\pi$ или порог рождения (E_π) если $E_{\text{cut}} < E_\pi$.

Для нейтринного потока (ν_μ и $\bar{\nu}_e$), индуцированного распадами μ^- , в выражении (6.12) следует выполнить замену

$$\frac{d\Gamma_\nu(E_\pi, E_\nu)}{dE_\nu} \rightarrow \int dz \int dE_\mu \frac{d\Gamma_\nu(E_\mu, E_\nu)}{dE_\nu} D_\mu R_\mu(E_\mu, z, h) \times \left. \frac{d\Gamma_\mu(E'_\mu, E_\pi)}{dE'_\mu} \right|_{E'_\mu = E_\mu + \Delta E_\mu(z, h)}, \quad (6.14)$$

где $\Delta E_\mu(z, h) = 2,2 \text{ МэВ} \cdot \text{г} \cdot \text{см}^{-2} \rho(z)$ — потеря энергии мюоном за счет ионизации. Множитель $d\Gamma_\nu(E_\mu, E_\nu)/dE_\nu$ должен включать в себя также и эффекты поляризации мюона.

Как мы видим, вычисление потоков атмосферных нейтрино является сложной задачей и содержит в себе ряд модельных допущений. Подробный список работ, где выполнены расчеты потоков атмосферных нейтрино может быть найден в книге [82]. Здесь же мы отметим, что имеются значительные расхождения в оценках этих потоков различными авторами. Однако отношение электронного к мюонному потоку $\Phi(\nu_e)/\Phi(\nu_\mu)$ практически одинаково для большинства работ.

6.3. Детектирование атмосферных нейтрино

Если принять во внимание только (анти)нейтрино, возникающие из распадов π^\pm -мезонов (т. е. реакции (6.4) и (6.8)) и предположить, что все мюоны распадаются при прохождении атмосферы Земли (это справедливо для энергий 0,1–2 ГэВ), то простой подсчет приводит к следующему соотношению между потоками нейтрино

$$r = \frac{\Phi^{\nu_e + \bar{\nu}_e}}{\Phi^{\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu}} \equiv \left(\frac{e}{\mu} \right) = \frac{1}{2}. \quad (6.15)$$

Детальный подсчет должен принимать во внимание не только другие источники появления нейтрино, но и энергии рождающихся нейтрино. Так, например, при энергиях в интервале от 0,2 до 2 ГэВ имеем $r \approx 0,44$.

Впервые атмосферные нейтрино исследовались в подземных экспериментах, которые ставились в золотоносной шахте Ист-Рэнд вблизи Йоханнесбурга, Южная Африка, на глубине 8 800 м водного эквивалента [84] и в шахте Колар Голд Филд, Индия, на глубине 7 500 м водного эквивалента [85] (обзор экспериментов с атмосферными нейтрино можно найти в работе [86]). Первоначально подобные эксперименты были полностью нацелены на поиск распада протона, который предсказывается теориями великого объединения. Однако, главным источником фона к распаду протона были именно атмосферные нейтрино. Следовательно, первоначально изучение атмосферных нейтрино инициировалось главным образом как изучение этого фона.

Детектирование нейтрино происходит главным образом за счет заряженных слабых токов (СС)

$$\nu_e(\nu_\mu) + N \rightarrow e^-(\mu^-) + \dots, \quad (6.16)$$

где N — ядро мишени. Для определения чувствительности эксперимента важно хорошо знать отклик детектора на воздействие электронов

и мюонов. Обычно используются только события, которые располагаются целиком во внутреннем объеме детектора. В черенковских водных детекторах различие между ν_e и ν_μ проявляется в форме колец черенковского излучения, которое индуцирует, рождающийся заряженный лептон. При этом используются только события с одним черенковским кольцом. За счет многократного комптоновского рассеяния черенковское кольцо от электрона более размыто, чем от мюона. Тщательное изучение «резкости» таких колец позволяет отличать мюонные и электронные события. Кроме того, детектируется распад мюона.

Для исключения зависимости от погрешностей определения абсолютных потоков вводят отношение наблюдаемых событий к теоретическим

$$R = \frac{r_{obs}}{r_{theor}}.$$

Очевидно, что при отсутствии каких-либо механизмов конвертирования нейтрино, эта величина должна быть равна 1.

Помимо перечисленных выше величин, интерес для экспериментаторов представляет так называемая «верх-низ» симметрия μ - и e -событий. Поясним, что имеется в виду. Можно считать, что нейтринный поток образуется в интервале высот над уровнем моря от 10 до 20 км. Если отвлечься от влияния геомагнитного поля, то распределение космических лучей можно считать изотропным. Тогда интенсивность образования нейтринного потока будет одна и та же во всех точках земной атмосферы («верх-низ» симметрия). Существующие неопределенности в вычислениях абсолютного потока атмосферных нейтрино достигают 20 %, в то время как неопределенности для $\Phi^{\nu_\mu}/\Phi^{\nu_e}$ отношения имеют порядок 5 %. Однако если сравнивать два нейтринных потока, пришедших с противоположных частей земной атмосферы, то можно обойтись и без знания этих величин. Представим, что нас интересует мюонная компонента потока атмосферных нейтрино. Итак, на подземный детектор падает два потока мюонных нейтрино: верхний $\Phi_u^{\nu_\mu}$ (рожденный выше детектора на высоте h) и нижний $\Phi_d^{\nu_\mu}$ (рожденный в атмосфере на противоположной стороне Земли и прошедший расстояние $L = 2R_\oplus + h$, $R_\oplus \approx 6,4 \times 10^3 \text{ км}$). Если предположить, что отсутствуют какие-либо механизмы изменяющие нейтринный поток при его движении к детектору, то

$$\Phi_d^{\nu_\mu} = \Phi_u^{\nu_\mu}.$$

Равенство входящего и выходящего в детектор Φ^{ν_μ} -потока должно тогда выполняться не только для полных потоков (проинтегрированных по всем возможным направлениям зенитного угла θ_z), но и для дифференциальных потоков

$$d\Phi_u^{\nu_\mu}(\theta_z) = d\Phi_d^{\nu_\mu}(\pi - \theta_z).$$

Таблица 6.1

Список экспериментов с атмосферными нейтрино

Эксперимент	Тип детектора	Экспозиция (кт · г)	$R = (\mu/e)_{obs} : (\mu/e)_{theor}$
NUSEX	Железный калориметр	0,74	$0,96^{+0,32}_{-0,28}$
Frejus	Железный калориметр	1,56	$1,00 \pm 0,15 \pm 0,08$
Kamiokande	Водный черенковский	7,7 8,2	$0,60^{+0,06}_{-0,05} \pm 0,05$, при E_s $0,57^{+0,08}_{-0,07} \pm 0,07$, при E_m
IMB-3	Водный черенковский	7,7 2,1	$0,54 \pm 0,05 \pm 0,012$, при E_s $1,4^{+0,4}_{-0,3} \pm 0,3$, при E_m
Soudan-2	Железный калориметр	5,1	$0,68 \pm 0,11 \pm 0,06$

В табл. 6.1 представлены результаты по измерению R в первых экспериментах²⁾ с атмосферными нейтрино.

Из результатов NUSEX [87] и Frejus [88] следовало, что теоретическое и наблюдаемое отношение μ/e совпадают в пределах ошибки. Однако, данные, полученные Kamiokande [89], IMB [90] и Soudan-2 [91] свидетельствовали об обратном — наблюдаемое значение μ/e гораздо меньше ожидаемого. Более того, результаты Kamiokande показывали, что дефицит μ -событий имел зависимость от зенитного угла и что число μ -событий, обусловленных нейтринными потоками падающими сверху и снизу на детектор не равны друг другу (отсутствие «верх-низ» симметрии). Все перечисленные выше аномалии получили название проблемы атмосферных нейтрино.

После ввода в строй НТ второго поколения Super-Kamiokande (Super-K) результаты детектирования нейтринных потоков стали более надежными. Super-K можно было использовать не только для наблюдения солнечных (низкоэнергетических) нейтрино, но и для изучения атмосферных нейтрино. Конструкция Super-K такова, что он может регистрировать атмосферные нейтрино с энергиями от 100 МэВ до 1000 ГэВ. Детектирование нейтрино на Super-K осуществляется через регистрацию релятивистских частиц за счет их черенковского излучения при движении в водном массиве детектора.

²⁾ Разделение на E_s и E_m определяется по видимой энергии испущенного лептона, а именно, при $E_{vis} < 1,33$ ГэВ речь идет о E_s , а при $E_{vis} > 1,33$ ГэВ — о E_m .

При попадании в детектор Super-K атмосферные нейтрино могут испытывать следующие взаимодействия³⁾.

$$\nu_l + e^- \xrightarrow{CC, NC} \nu_l + e^-, \quad l = e, \mu, \tau, \quad (6.17)$$

$$\nu_l + N \xrightarrow{CC} l + N', \quad (6.18)$$

$$\nu_l + N \xrightarrow{NC} \nu_l + N, \quad (6.19)$$

$$\nu_l + N \xrightarrow{CC} l + N' + \text{meson}, \quad (6.20)$$

$$\nu_l + N \xrightarrow{NC} \nu_l + N' + \text{meson}, \quad (6.21)$$

$$\nu_l + N \xrightarrow{CC} l + N' + \text{hadrons}, \quad (6.22)$$

$$\nu_l + N \xrightarrow{NC} \nu_l + N' + \text{hadrons}, \quad (6.23)$$

$$\nu_l + {}^{16}\text{O} \xrightarrow{CC} l + {}^{16}\text{O} + \pi, \quad (6.24)$$

$$\nu_l + {}^{16}\text{O} \xrightarrow{NC} \nu_l + {}^{16}\text{O} + \pi. \quad (6.25)$$

Сечение процесса (6.17) при $E_\nu = 1$ ГэВ имеет порядок 10^{-41} см², т. е. оказывается порядка 10^{-3} от всех остальных сечений и при анализе атмосферных нейтрино им можно надежно пренебречь. В остальных реакциях помимо электронов и мюонов возникают и другие релятивистские частицы. Так, например, рождающийся в реакции (6.25) π^0 -мезон распадается на два γ -кванта, каждый из которых генерирует черенковский конус. Таким образом, π^0 -мезон отождествляется как двухкольцовое событие. Заметим, что максимальное количество одновременно регистрируемых колец на Super-K равно 5.

Анализ данных, полученных на Super-K привел к следующим значениям R [92]

$$R = 0,651^{+0,019}_{-0,018} \pm 0,05 \quad \text{при } E_s,$$

$$R = 0,711 \pm 0,036 \pm 0,085 \quad \text{при } E_m.$$

Результаты измерений также показывали, что распределение по зенитному углу потока мюонных нейтрино значительно отличается от вычислений, в то время как поток электронных нейтрино подобной аномалии не обнаруживал. Так, для величины «верх-низ» симметрии было получено

$$\left[\frac{\Phi_u(-1,0 < \cos \theta_z < -0,2)}{\Phi_d(+0,2 < \cos \theta_z < 1,0)} \right]_{obs} = 0,52 \pm 0,05 \quad \text{при } E_m. \quad (6.26)$$

Отсутствие подобной симметрии свидетельствовало о существовании некоего механизма, приводящего к изменению нейтринного потока при его

³⁾ Знак NC (CC) над стрелками обозначает, что данный процесс обусловлен нейтральными (заряженными) токами.

движении к детектору. На роль такого механизма с успехом могла претендовать гипотеза нейтринных осцилляций. При этом, поскольку пересекающие детектор потоки атмосферных электронных нейтрино равны, то речь может идти только о $\nu_\mu - \nu_\tau$ -смешивании. Тогда, если энергия нейтрино равна 1 ГэВ, то для приходящих снизу на детектор нейтрино отношение L/E приблизительно равно 10^4 км/1 ГэВ, в то время как для падающих на детектор нейтрино оно намного меньше $L/E \sim 10$ км/1 ГэВ. Это наводит нас на мысль, что первом случае осцилляции успели развиться, а во втором нет. Другими словами, для Φ_μ потока вероятность выживания мюонного нейтрино $\mathcal{P}_{\nu_\mu \nu_\mu}$ должна быть положена равной 1, а для Φ_d потока $\mathcal{P}_{\nu_\mu \nu_\mu}$ определится выражением

$$\mathcal{P}_{\nu_\mu \nu_\mu} = 1 - \sin^2 2\theta_{\mu\tau} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{\mu\tau}^2 L}{4E} \right). \quad (6.27)$$

Заметим, что эксперименты с атмосферными нейтрино измеряют

$$\mathcal{P}_{\nu_\mu \nu_\mu} = \mathcal{P}_{\bar{\nu}_\mu \bar{\nu}_\mu}.$$

Итак, результаты Super-K [62, 92] подтвердили гипотезу $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ -осцилляций и при этом установили следующие области значений осцилляционных параметров нейтрино

$$2 \times 10^{-3} \text{ эВ}^2 \leq \Delta m_{32}^2 \leq 6 \times 10^{-3} \text{ эВ}^2, \quad \sin^2 2\theta_{\mu\tau} \approx 1. \quad (6.28)$$

Глава 7

Результаты и перспективы

Затем известно было еще, что дятел на древесной коре, не переставая, пишет «Историю лесной трущобы» но и эту кору, по мере начертания на ней письмен, точили и растаскивали воры-муравьи. И, таким образом, лесные мужики жили, не зная ни прошедшего, ни настоящего и не заглядывая в будущее. Или, другими словами, слонялись из угла в угол, окутанные мраком времен.

М. Салтыков-Щедрин.
Медведь на воеводстве

Итак, имеется три физических эффекта, которые могут изменить флейвор нейтрино. Первый — осцилляции в вакууме. Второй эффект обусловлен возможностью наличия у нейтрино аномального магнитного дипольного момента (АММ), приводящего к взаимодействию с внешним магнитным полем. Третий — МСВ-эффект.

Электронные нейтрино генерируются в ядре Солнца, после чего пролетают 700 000 км вдоль его радиуса в среде с переменной плотностью и достаточно интенсивным магнитным полем. В этих условиях, при определенных значениях осцилляционных параметров (ОП) и значений АММ нейтрино возможно убывание электронных нейтрино из начального пучка. После выхода с солнечной поверхности, прежде чем достичь земного детектора, пучок нейтрино пролетает в вакууме 150 000 000 км. Здесь также возможны конверсии электронных нейтрино, но уже за счет вакуумных осцилляций. Солнечные нейтрино могут достичь земной детектор сразу же в течении дня или, после пересечения Земли — в течении ночи. В последнем случае снова при определенных значениях ОП, влияние вещества Земли может изменить соотношение сортов нейтрино в пучке.

К настоящему времени вся информация о структуре нейтринного сектора может быть поделена на три раздела.

1. Осцилляции нейтрино с «солнечной» частотой, которые предоставляют информацию о Δm_{12}^2 , θ_{12} и дают предварительные оценки

на θ_{13} . Этот класс экспериментов включает в себя как эксперименты с солнечными, так и реакторными нейтрино.

- Осцилляции с «атмосферной» частотой, в которых определяются Δm_{23}^2 , θ_{23} и θ_{13} .
- Неосцилляционные эксперименты, из которых следует информация об абсолютном значении масс нейтрино (космология, двойной без-нейтринный β -распад и обычный β -распад).

В работе [93] был выполнен глобальный фит солнечных и реакторных нейтринных данных в предположении осцилляций только среди активных нейтрино (ν_e, μ, τ). Учитывались результаты следующих экспериментов:

- обе стадии SNO (SNOI [94] и SNOII [95]);
- Super-Kamiokande [96] (ES-спектр);
- усредненные данные по Ga-мишени, $\Phi_{Ga} = (68,1 \pm 3,1)$ SNU (SAGE [97], GALLEX [98], GNO [99]);
- данные по Cl-мишени $\Phi_{Cl} = (2,56 \pm 0,23)$ SNU [100];
- KamLAND данные по реакторным антинейтрино [101].

Глобальный фит также выполнялся и по последним экспериментам с «атмосферной» частотой: SKI [102], Масго [103] и K2K [104]. Результаты по определению параметров нейтрино представлены в табл. 7.1. Там же приведено значение угла θ_{13} , который был измерен CHOOZ коллаборацией. CHOOZ-эксперимент [105] регистрировал поток антинейтрино от двух реакторов на расстоянии 1 км и представлял собой эксперимент на «исчезновение». За счет того, что значения L/E в CHOOZ-эксперименте находятся справа от первого максимума атмосферных осцилляций, достигнутая чувствительность была максимальной. Не обнаружив осцилляций, CHOOZ установил строгий предел на θ_{13} .

Таблица 7.1

Параметры осцилляций	Центральное значение	Область значений на 99 % CL
Δm_{solar}^2	$\Delta m_{12}^2 = (8,0 \pm 0,3) 10^{-5} \text{ эВ}^2$	$(7,2-8,9) 10^{-5} \text{ эВ}^2$
$\Delta m_{atmosp.}^2$	$ \Delta m_{23}^2 = (2,5 \pm 0,3) 10^{-3} \text{ эВ}^2$	$(1,7-3,3) 10^{-3} \text{ эВ}^2$
θ_{solar}	$\tan^2 \theta_{12} = 0,45 \pm 0,5$	$30^\circ < \theta_{12} < 38^\circ$
$\theta_{atmosp.}$	$\sin^2 2\theta_{23} = 1,02 \pm 0,04$	$36^\circ < \theta_{23} < 54^\circ$
θ_{13}	$\sin^2 2\theta_{13} = 0 \pm 0,05$	$\theta_{13} < 10^\circ$

Подчеркнем, что согласие теории с солнечными нейтринными экспериментами обеспечивается при условии, что дефицит солнечных нейтрино обусловлен МСВ-эффектом в адиабатическом режиме. Найденное при этом решение с большими вакуумными углами смешивания получило название LMA-решение (Large Mixing Angle). На рис. 7.1 представлена информация о параметрах нейтрино из осцилляционных экспериментов [93].

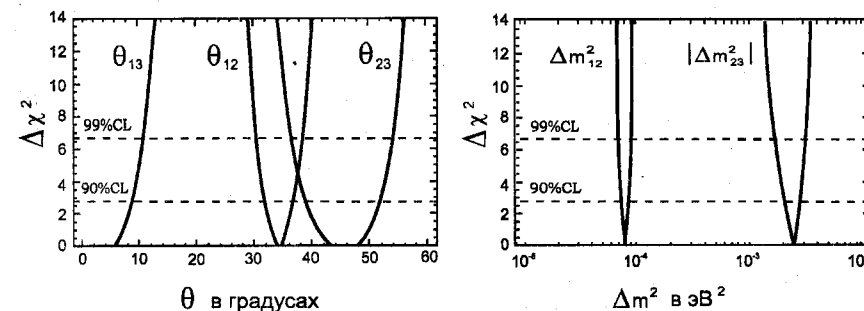


Рис. 7.1. Ограничения на массы и углы смешивания нейтрино

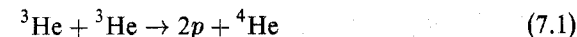
Поскольку эти эксперименты не измеряют массы нейтрино, то у нас остается некоторая свобода относительно иерархической шкалы масс. Современным данным не противоречат нормальная иерархия

$$m_1 < m_2 < m_3, \quad m_{1,2,3} \geq 0,$$

и обратная иерархия нейтринных масс

$$m_3 < m_1 < m_2.$$

Отметим, что для расчетов в рамках какой-либо солнечной модели необходимы значения сечений ядерных реакций, составляющих различные ветви наиболее интенсивного солнечного цикла — pp -цикла. Из-за исключительно низкой вероятности проникновения через кулоновский барьер при соответствующих энергиях (в области так называемого пика Гамова) эти сечения столь малы, что измерять их стало возможно лишь недавно, в условиях низкого фона. Одним из таких экспериментов является эксперимент LUNA. Он базируется на ионном ускорителе 50 кВ, расположенном под Землей в лаборатории Гран Сассо (Gran Sasso National Laboratory — LNGS), который дает пучок высокой интенсивности (${}^3\text{He}^+$, 500 мА) на безоконной мишени. К настоящему времени удалось определить полное сечение σ реакции



как функцию от энергии. Оказывается, что $\sigma(E)$ может быть представлено в виде

$$\sigma(E) = \frac{S(E)}{E} \exp \left(-31,3 Z_1 Z_2 \sqrt{\frac{M}{E}} \right), \quad (7.2)$$

где M — приведенная масса начальных ядер в атомных ед. массы, Z_1 и Z_2 — заряды ядер, а E — энергия в системе центра масс, выраженная в кэВ. Множитель $S(E)$ называется астрофизическим коэффициентом и используется для экстраполяции сечения в область низких энергий при допущении гладкости функции $\sigma(E)$.

С 2001 г. там же ставится эксперимент LUNA-2, использующий ускоритель на 400 кэВ. Установка оснащена детектором BGO, имеющим 4π -геометрию и состоящим из шести оптически разделенных сегментов, каждый из которых просматривается двумя фотоумножителями с каждой стороны. В канале детектора установлена газовая мишень. В эксперименте LUNA-2 изучаются реакции $^{14}\text{N}(p, \gamma)^{15}\text{O}$, $^3\text{He}(^4\text{He}, \gamma)^7\text{Be}$ и $^7\text{Be}(p, \gamma)^8\text{B}$.

Перейдем к обсуждению неосцилляционных экспериментов. Космологические наблюдения наиболее чувствительны к значению сумм масс нейтрино $m_{\text{cosm.}} = m_1 + m_2 + m_3$. Заметим, что космология не различает является ли нейтрино майорановской или дираковской частицами. Результаты наблюдений крупномасштабных структур и анизотропии космического микроволнового фона приводят к результату [106]

$$\sum_{i=1}^3 m_i < 0,94 \text{ эВ}. \quad (7.3)$$

При этом значения $m_{\text{cosm.}}$ на 99 % CL для нормальной и обратной массовых иерархий лежат в областях $(51-66) \times 10^{-3}$ эВ и $(83-114) \times 10^{-3}$ эВ соответственно.

Эксперименты по наблюдению β -распада в основном исследуют величину $m_{\nu_e} \equiv (m \cdot m^\dagger)_{ee}^{1/2}$. MAINZ и TROITSK эксперименты получили сравнимые пределы: $m_{\nu_e} = -1,2 \pm 2,2 \pm 2,1$ эВ [107] и $m_{\nu_e} = -2,3 \pm 2,5 \pm 2,0$ эВ [108]. Соединяя оба результата и суммируя ошибки, получаем

$$m_{\nu_e} = -1,7 \pm 2,2 \text{ эВ}, \quad \text{т. е. } m_{\nu_e} < 2,0 \text{ эВ на } 99 \% \text{ С. Л.} \quad (7.4)$$

На сегодняшний день результаты по поиску $0\nu 2\beta$ -распада представили три эксперимента: Heidelberg-Moscow (HM) [4], IGEX [109] и CUORICINO [110]. Два последних эксперимента достигли очень низкого фона ($\sim 0,18/\text{кэВ} \cdot \text{кг} \cdot \text{г}$), высокой эффективности детектирования 70 % и 84 %, значительного разрешения по энергии — полная ширина на половине максимума равна 4 кэВ и 7 кэВ соответственно. Эти параметры значительно лучше, чем в HM эксперименте. В табл. 7.2 приводятся существующие данные по $0\nu 2\beta$ -распаду.

Таблица 7.2

Ядра и эксперимент	Наблюдаемые события	Фон	Ожидаемый сигнал	Граница на $ m_{ee} /h$ (99 % С. Л.)
^{76}Ge HM	21	$20,4 \pm 1,6$	$76 m_{ee}/\text{эВ} ^2/h^2$	0,44 эВ
^{76}Ge IGEX	9,6	$17,2 \pm 2$	$23,5 m_{ee}/\text{эВ} ^2/h^2$	0,55 эВ
^{130}Te CUORICINO	24	$35,2 \pm 4$	$21,5 m_{ee}/\text{эВ} ^2/h^2$	0,62 эВ

Фактор h входит в матричный элемент $0\nu 2\beta$ -распада. Он вычисляется в рамках ядерной физики и его вид зависит от сорта ядра. Представленные в литературе результаты дают различные границы. Так, для ядер Ge и Te существуют следующие ограничения

$$0,3 [111] < h(^{76}\text{Ge}) < 2,4 [112], \quad 0,4 [110] < h(^{130}\text{Te}) < 2,7 [113]. \quad (7.5)$$

Поскольку HM и IGEX используют одни и те же ядра, то возможно получить более строгий предел $|m_{ee}| < 0,38h$ эВ.

Важным пунктом программы изучения нейтринных осцилляций являются эксперименты на нейтринном пучке от удаленного ускорителя. Этот этап является обязательным, поскольку природные потоки нейтрино не являются регулируемыми, т. е. их характеристики не определены с достаточной степенью точности. Напротив, состав и энергетический спектр искусственно созданного пучка контролируемы. С 1999 г. проводится эксперимент K2K: пучок мюонных нейтрино энергиями 2–3 ГэВ создается в центре KEK, в Цукубе, и направляется на детектор Super-Kamiokande, находящийся на расстоянии 235 км. Полученные результаты также свидетельствуют о наличии осцилляций [114].

Программой MUMI в FERMILAB предусмотрено создание пучка мюонных нейтрино для облучения детектора MINOS, который в 2004 г. построен в шахте Соудан (шт. Миннесота) на расстоянии 732 км от ускорителя. Эксперимент дает информацию в режиме исчезновения ν_μ .

Весьма перспективным также является проект CNGS — эксперимент (CERN to Gran Sasso) по ν_τ -возникновению. Его дизайн основан на предыдущем эксперименте CERN West Area Neutrino Facility (WANF) [115], в котором источником ν_μ -нейтрино являлся SPS-коллайдер, а регистрация нейтрино на расстояниях примерно 850 м осуществлялась детекторами CHORUS and NOMAD [116]. Если CERN WANF принадлежал к классу «short-baseline» экспериментов, то CNGS принадлежит к классу «long-baseline» экспериментов. В CNGS, созданный на SPS-коллайдере хорошо регулируемый источник нейтрино направляется на подземную

лабораторию в Гран Сассо ($L = 730$ км). Пионы и каоны, генерируемые пучком SPS с энергией 400 ГэВ фокусируются системой двух магнитных «рогов», за которыми располагается распадный туннель длиной 1 км, плотитель адронов и мюонные детекторы для определения характеристик пучка. Получающийся в результате пучок будет состоять почти исключительно из мюонных нейтрино с небольшой примесью других флейворов, причем самый большой вклад, около 8 %, дадут электронные нейтрино. Поскольку для нейтрино с энергиями 2–3 ГэВ, при движении в земной толще МСВ-эффект отсутствует, то эволюция нейтринного пучка может описываться вакуумным решением, т. е. оказывается верной формула

$$P_{\nu_\mu \nu_\tau} = \sin^2 2\theta_{\mu\tau} \sin^2 \left(1,27 \Delta m_{\mu\tau}^2 [\text{эВ}^2] \frac{L[\text{км}]}{E[\text{ГэВ}]} \right). \quad (7.6)$$

Тогда первый максимум осцилляций возникает при

$$\frac{L[\text{км}]}{E[\text{ГэВ}]} = \frac{\pi}{2 \times 1,27 \Delta m_{\mu\tau}^2 [\text{эВ}^2]} \approx \frac{1}{\Delta m_{\mu\tau}^2 [\text{эВ}^2]} \quad (7.7)$$

Таким образом, при $\Delta m_{\mu\tau}^2 = 3,5 \times 10^{-3} \text{ эВ}^2$ оптимальная для наблюдения ν_μ -осцилляций величина L/E составляет примерно 300 км ГэВ^{-1} . При $L = 730$ км энергия для максимальных осцилляций равна 2,5 ГэВ. В LNSG созданы два нейтринных детектора ICARUS и OPERA, которые уже приступили к набору данных. Ожидается, что эксперименты ICARUS и OPERA подтвердят существование $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ -переходов, которые наблюдались в опытах с атмосферными нейтрино и измеряют $\sin^2 2\theta_{23}$ и $|\Delta m_{23}^2|$ с точностью 10 % при условии, что $|\Delta m_{23}^2| > 10^{-3} \text{ эВ}^2$ [117, 118]. За 5 лет работы ICARUS и OPERA также могут измерить угол осцилляции $\sin^2 2\theta_{13}$ точнее чем CHOOZ-эксперимент, а именно, улучшить точность измерения примерно в 5 раз [119]. В настоящее время в литературе также обсуждаются проекты, в которых нейтринный детектор располагается в лаборатории Гран Сассо, а источник нейтрино (мюонный коллайдер, продуцирующий нейтринный пучок с энергией в интервале 10–30 ГэВ) находится либо в FERMILAB ($L = 7400$ км), либо в КЕК ($L = 8800$ км).

Если включить в рассмотрение эффект нарушения CP -четности в лептонном секторе, то матрица смешивания нейтрино для СМ в трех-флейворном базисе принимает вид

$$U = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}, \quad (7.8)$$

где δ — CP -фаза. Из явного вида матрицы U следует, что CP -фаза всегда появляется в комбинации с $\sin \theta_{13}$, т. е. значение $\sin \theta_{13}$ будет оконча-

Таблица 7.3

Местоположение	Мощность, ГВт	Базисная линия (ближняя/дальняя), м	Чувствительность (90 % CL)
Красноярск (Россия)	1,6	115/1 000	0,03
Kashiwazaki (Япония)	24	300/1 300	0,02
Double Chooz (Франция)	8,4	150/1 050	0,03
Diablo Canyon (Канада)	6,7	400/1 700	0,01
Angra (Бразилия)	5,9	500/1 350	0,02
Braidwood (Франция)	7,2	200/1 700	0,01
Daya Bay (Китай)	11,5	250/2 100	0,01

тельно определять чувствительность в поисках CP -нарушения. Следовательно, первым шагом в исследовании нарушения CP -четности является точное определение θ_{13} . В настоящее время существует две стратегии для определения этого угла осцилляции. Это использование коллайдерных нейтринных пучков, о которых мы говорили выше, и очень точные эксперименты с реакторными нейтрино.

Вероятность выживания электронного антинейтрино в реакторном эксперименте определяется простым выражением

$$P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e} = 1 - \sin^2 \theta_{13} \sin^2 \left(\frac{1,27 \Delta m_{13}^2 L}{E} \right). \quad (7.9)$$

Как следует из (7.9), максимальная чувствительность достигается на расстояниях порядка 1–2 км от реактора. Для каждого реактора существует два оптимальных расстояния для расположения детекторов. В табл. 7.3 представлены данные по планируемым реакторным экспериментам.

Определение параметров нейтрино даст возможность установить является ли СМ истинной моделью физики электрослабых взаимодействий или же, ей на смену должна придти модель с другой калибровочной группой. В расширениях СМ, как правило, присутствуют новые калибровочные бозоны, бозоны Хиггса или же, суперпартнеры частиц СМ. Эти дополнительные частицы взаимодействуют с лептонами. Массы некоторых из них принадлежат электрослабой шкале (~ 100 ГэВ). Следовательно, при движении в веществе нейтрино будут подвергаться нестандартным (по отношению к СМ) взаимодействиям, интенсивность которых может оказаться соизмеримой с взаимодействием в СМ. Это, в свою очередь,

будет приводить к модификации потенциала материи и существенно повлияет на картину осцилляций. При этом однако очевидно, что вакуумные осцилляции нейтрино имеют один и тот же вид как в СМ, так и в ее расширениях.

Наиболее последовательное описание поведения и свойств нейтрино дает ЛПМ. В этой модели, как и в любом другом расширении СМ, движение нейтринного потока в веществе описывается в рамках гибридной схемы (нейтринные осцилляции + нестандартные взаимодействия нейтрино). Это, в свою очередь, означает, что исследования могут идти в двух различных направлениях. Первый, более традиционный подход использует данные наилучшего фитирования осцилляционных параметров (ОП) нейтрино для получения границ на нестандартные взаимодействия (НСВ) нейтрино (см., например, [120]). Второй подход [19], [53], [121] нацелен на нахождение осцилляционных параметров нейтрино в рамках выбранного расширения СМ с помощью модифицированного потенциала взаимодействия нейтрино с веществом.

Одним из достоинств ЛПМ является объяснение малости масс обычных нейтрино ν_i ($i = 1, 2, 3$) за счет «see-saw» механизма. Партнерами ν_i -нейтрино по «see-saw» механизму являются тяжелые нейтрино N_i . Однако не исключено, что это не единственная функция, которую они выполняют в Природе. Так, при нормальной иерархии масс ($m_{N_1} < m_{N_2} < m_{N_3}$) N_2 и N_3 могут оказаться нестабильными частицами и обеспечат барионную асимметрию Вселенной за счет лептогенезиса [122]. N_1 -нейтрино может оказаться стабильным и скопления этих нейтрино, образовавшиеся в первые мгновения существования Вселенной, должны еще присутствовать вокруг нас. Таким образом, N_1 -нейтрино может с успехом рассматриваться как кандидат на холодную компоненту темной материи во Вселенной. Причина ненаблюдаемости этих нейтрино кроется в слабости их взаимодействия с обычным веществом, т. е. они относятся к классу слабо взаимодействующих массивных частиц (WIMP — weak interacting massive particles). Однако, как было показано в работе [123], в ЛПМ свойства N_1 -нейтрино могут быть определены без их непосредственного детектирования, т. е. косвенными методами. Более того, для определения границ на массы тяжелых нейтрино можно использовать процессы с участием только заряженных частиц, что, с экспериментальной точки зрения, значительно облегчает задачу. К числу таких экспериментов относятся поиски дополнительных заряженных калибровочных бозонов и бозонов Хиггса на адронных (Fermilab Tevatron, LHC) и лептонных (NLC, FMC, NMC) коллайдерах.

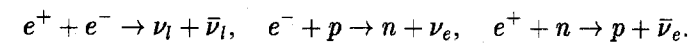
Работа первого НТ Homestake под руководством Р. Дэвиса началась в 1967 г. Этот год можно назвать датой рождения новой отрасли астрономии — нейтринная астрономия (НА). НА изучает космические объекты

по приходящему от них потоку нейтрино. До рождения НА нам был доступен практически единственный тип излучения, попадающего на Землю из космического пространства — электромагнитные волны (видимый свет, инфракрасные и ультрафиолетовые лучи, короткие радиоволны). Заметим, что электромагнитные волны исходят только с поверхностного слоя небесных тел и при своем движении от источника к земному наблюдателю, взаимодействуя с космическими лучами, частицами земной атмосферы и т. д., теряют большую часть информации о прародительном объекте.

Следуя за традиционной гамма-астрономией, работающей в очень широком диапазоне волн $\lambda = (1-10^{-12})$ м, НА стремится расширить свои возможности, чтобы охватить весь спектр энергий нейтрино, существующих во Вселенной. По источникам генерации и энергетическому диапазону эти нейтрино разделяют на космологические (реликтовые), звездные и космические нейтрино высоких энергий.

На ранних стадиях расширения Вселенной нейтрино находились в тепловом равновесии с веществом. Примерно через 1 с после взрыва температура упала до $\sim 10^{10}$ К. При этом концентрация частиц в космической плазме уменьшилась, и свободный пробег нейтрино увеличился настолько, что они вышли из теплового равновесия с плазмой. Горячий нейтринный газ, содержащий все типы нейтрино и антинейтрино, оторвался от вещества и, расширяясь вместе со Вселенной, стал остывать как независимая от вещества субстанция. Оставшийся от той эпохи нейтринный газ называется реликтовыми нейтрино. Температура этого газа в настоящий момент равна $\sim 1,9$ К, а средняя энергия 5×10^{-4} эВ. При существующей технике эксперимента детектирование реликтовых нейтрино крайне затруднительно из-за чрезвычайной малости сечений их взаимодействия с веществом.

Различаются два класса источников звездных нейтрино. К первому относятся спокойные звезды — типа нашего Солнца, в которых нейтрино рождаются в ядерных реакциях синтеза, обеспечивающих наблюдаемую светимость. Энергия этих нейтрино находится в диапазоне от долей до нескольких десятков МэВ. Второй класс составляют коллапсирующие звезды. Если масса звездного ядра превышает $1,2-1,4 M_{\odot}$, то оно может превратиться в нейтронную звезду или черную дыру. На конечной стадии эволюции таких звездных ядер их плотность возрастает до $10^{10}-10^{15}$ г/см³, а температура — до $10^{10}-10^{12}$ К. Основным механизмом потери энергии в этих условиях становится испускание нейтрино за счет реакций



Энергия, уносимая нейтрино (излучаются все типы нейтрино), может составлять десятки процентов от массы звезды. Длительность нейтринного излучения 10–20 с, а средняя энергия 10–12 МэВ. Примерами подобного излучения могут быть вспышки сверхновых SN 1972E, SN 1987A, SN

1993J (схема обозначения сверхновой содержит год ее обнаружения, а символ латинского алфавита указывает на очередность открытия). Звездные нейтрино с успехом регистрируются современными экспериментальными установками.

Под космическими нейтрино мы подразумеваем нейтрино, рождаемые космическими лучами. Диапазон энергий, удобный для поиска локальных источников космических нейтрино, простирается от десятков ГэВ и выше. Нижний предел этого диапазона определяется требованием малости величины угла между направлениями импульсов падающего нейтрино и вылетающей частицы (например, мюона) в реакции, используемой для регистрации нейтрино. Выполнение такого условия необходимо, чтобы определить направление на источник. При уменьшении энергии обсуждаемый угол увеличивается и возрастает фон атмосферных нейтрино внутри телесного угла в направлении на источник.

Энергии космических нейтрино, по отношению к своим ускорительным собратьям, могут быть фантастически велики. Одним из источников нейтрино сверхвысоких энергий являются активные ядра галактик (АЯГ). Поскольку типичная светимость АЯГ лежит в области от 10^{44} до 10^{47} Эрг/с, то можно предположить, что эволюция АЯГ определяется гравитацией, т. е. аккрецией вещества в супермассивную ($M \geq 10^6 M_\odot$) черную дыру. В окрестности АЯГ ускоренные до сверхвысоких энергий протоны взаимодействуют либо с веществом, либо с излучением, рождая при этом π -мезоны, чьи продукты распада включают фотоны, нейтрино и антинейтрино. Максимальная энергия нейтрино АЯГ имеет порядок 10^{10} ГэВ. Другим источником нейтрино и антинейтрино сверхвысоких энергий являются также продукты распадов π -мезонов, но уже рождающихся в реакциях неупругого столкновения протонов с фотонами, составляющими космический микроволновой фон излучения. Энергия этих нейтрино может достигать 10^{12} ГэВ.

Магнитные поля слабо влияют на траекторию нейтрино. Мало также сечение рассеяния нейтрино на межзвездном веществе. Так, даже для νN -взаимодействия его характерная величина для высокоэнергетических нейтрино ($E_\nu \sim 1-10^3$ ТэВ) составляет $\sim 10^{-35}-10^{-33}$ см² (для низкоэнергетических нейтрино оно и того меньше). Если на всем пути движения нейтрино плотность вещества считать равной галактической плотности (≈ 1 нуклон/см³), то средняя длина свободного пробега нейтрино составит $\sim 10^{33}-10^{35}$ см, т. е. окажется значительно больше радиуса Вселенной. Нейтринное излучение — единственный вид излучения, которое, приходя к земному наблюдателю от источников внеземного происхождения, несет практически неизмененную информацию о прародительском объекте. Таким образом, нейтринная астрономия имеет ряд уникальных возможностей по сравнению с гамма-астрономией. Перечислим некоторые из них.

Во-первых, с помощью ν -астрофизики высоких и сверхвысоких энергий возможно значительно расширить горизонт наблюдаемой Вселенной, предоставляя информацию о крайне отдаленных космологических эпохах. γ -астрономия в высокоэнергетической области малоэффективна, так как свободный пробег соответствующих γ -квантов очень мал из-за рассеяния их на реликтовом излучении в межгалактическом пространстве.

Во Вселенной существуют объекты, которые излучают чрезвычайно малые γ -потoki, в то время как излучаемые ими нейтринные потоки весьма велики. Такие объекты называют скрытыми источниками. К ним относятся молодые оболочки сверхновых, активные ядра галактик, черные дыры и т. д. Следовательно, еще одним достоинством нейтринной астрономии является ее эффективность в обнаружении скрытых источников. ν -астрономия также используется при поиске яркой фазы галактик и антивещества во Вселенной.

В-третьих, при изучении спектров нейтрино высоких энергий от космических источников, в принципе, можно зарегистрировать нейтринный реликтовый фон Вселенной. Действительно, как показывают расчеты, в случае реакции рассеяния высокоэнергетических нейтрино на фоновых нейтрино

$$\nu_l + \bar{\nu}_l \rightarrow Z^* \rightarrow l^- + l^+,$$

при энергии $(E_\nu)_r = m_Z^2/(2m_\nu)$ наблюдается резонанс, соответствующий Z -бозону. Тогда, если излучаемые источником нейтрино имеют энергию $E_\nu = (E_\nu)_r$, то изменение потока нейтрино будет лежать в пределах от 15 до 50 %.

На рис. 7.2 показана первое нейтринное изображение Солнца (нейтринография Солнца) [124]. Правда размер Солнца на нейтрографии оказывается большим, чем размер Солнца на обычной фотографии. Причина кроется в том, что направление прихода нейтрино в современных НТ определяется менее точно, чем направление фотонов. Однако НА делает только первые шаги и ее зрелость наступит только после того, как будет окончательно установлена структура нейтринного сектора и созданы НТ с высокой разрешающей способностью. Нет никаких сомнений, что тогда с ее помощью нам удастся получить полную и точную информацию о строении Солнца. Одним из главных источников получения этой информации будет изучение солнечной активности, характерным проявлением которой являются солнечные вспышки (СВ). Покажем, что эта область явлений действительно может быть изучена с помощью НА.

При определенных условиях эволюция активных областей на Солнце может приводить к возникновению СВ, которые представляют собой самое мощное из всех проявлений солнечной активности. Магнитная энергия солнечных пятен трансформируется в кинетическую энергию выбро-

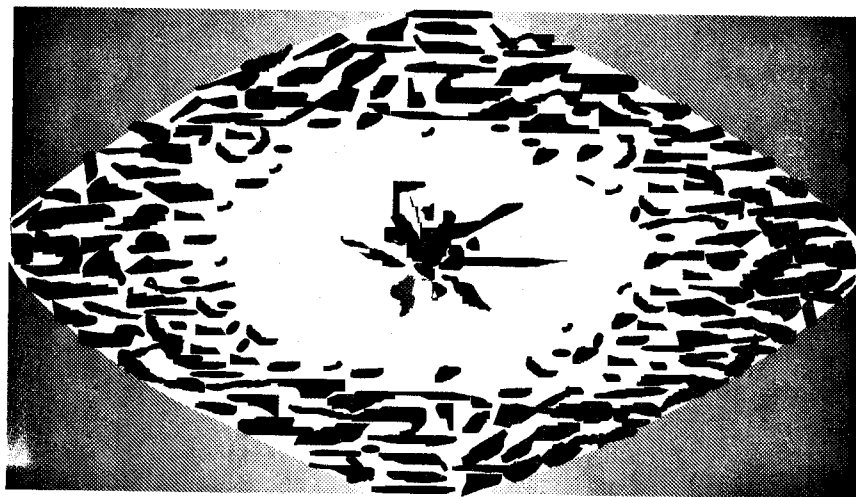


Рис. 7.2. Нейтринография Солнца

сов вещества (со скоростью порядка 10^6 м/с), энергии жесткого электромагнитного излучения и потоков так называемых солнечных космических лучей. В основном эти лучи состоят из протонов с $T \geq 10^6$ эВ, ядер с зарядами $2 \leq Z \leq 28$ и энергией в интервале от 0,1 до 100 МэВ/нуклон и электронов с $T \geq 30$ КэВ. Относительное содержание ядер с $Z \geq 2$ в основном отражает состав солнечной атмосферы, тогда как доля протонов зависит от мощности вспышки (для больших СВ мощность $\sim 10^{29}$ Эрг \cdot с $^{-1}$). Весьма популярный механизм возникновения вспышек основан на разрыве и перезамыкании силовых линий магнитных полей соседних солнечных пятен. Согласно этой модели, изменение конфигурации магнитного поля в группе солнечных пятен попарно противоположной полярности может привести к возникновению предельной силовой линии, являющейся общей для этой группы. Через предельную линию происходит перераспределение магнитных потоков, которое необходимо для того, чтобы магнитное поле имело наименьшую энергию. Предельная силовая линия подымается от фотосферы к короне. С момента появления этой линии электрическое поле, индуцируемое изменениями магнитного поля, вызывает вдоль нее ток, который за счет взаимодействия с магнитным полем принимает форму токового слоя. Поскольку токовый слой препятствует перераспределению магнитных потоков, то начинает идти процесс накопления магнитной энергии токового слоя. Длительность стадии возникновения и формирования токового слоя (начальная фаза СВ) простирается от нескольких часов до десятков часов. Вторая стадия (взрывная фаза СВ)

имеет временной интервал — 1–3 минуты. Она начинается с появления в некоторой части токового слоя области высокого сопротивления, что приводит к диссипации тока. Тогда за счет проникновения магнитного поля через токовый слой перпендикулярно ему появляется сильное магнитное поле. Возникающая при этом магнитная сила разрывает токовый слой и выбрасывает с большой скоростью плазму. Высота, на которой происходит ускорение частиц, не одинакова для разных вспышек. Области ускорения могут лежать либо в хромосфере, где концентрация частиц плазмы $n \sim 10^{13}$ см $^{-3}$, либо в короне при $n \sim 10^{11}$ см $^{-3}$. Распределение частиц по энергиям и зарядам при движении в межпланетной среде определяется механизмом их ускорения при СВ и особенностями выхода из области ускорения. Для высокоэнергетических частиц с $T \geq 10^8$ эВ временная зависимость интенсивности потока у Земли представляет собой несимметричную колоколообразную кривую с очень быстрым нарастанием (минуты — десятки минут) и медленным (от нескольких часов до 1 суток) спадом. Амплитуда возрастания на поверхности Земли для самых мощных СВ может достигать $\sim 4\,500\%$ по отношению к фоновому потоку космических частиц. Заключительная стадия (горячая фаза СВ) характеризуется существованием высокотемпературной корональной области и может длиться до нескольких часов. Нагрев плотных слоев атмосферы приводит к испарению большого количества газа, что способствует длительному существованию плотного горячего плазменного облака.

Одной из характерных особенностей вспышек является их изоморфизм — повторяемость в одном и том же месте с одной и той же конфигурацией поля. Маленькая вспышка может повторяться до 10 раз за день, в то время как большая может происходить на следующий день или даже несколько раз за время жизни АО. При этом, чем сильнее вспышка, тем больший градиент магнитного поля предшествует ее появлению.

Существует несколько факторов, которые могут привести к изменению состава нейтринного пучка, проходящего область вспышки [125].

- 1) Изменение скорости скручивания магнитного поля $\dot{\Phi}$ и плотности электрического тока j_z в активной зоне, начиная с предвспышечного и кончая послевспышечным периодами, может приводить к исчезновению или появлению резонансных переходов.
- 2) Условия адиабатичности могут нарушаться на всех трех стадиях СВ, что приведет к увеличению числа ν_{eL} , регистрируемых земными детекторами.
- 3) При прохождении нейтринным потоком испарившегося при СВ плотного плазменного облака в верхних слоях атмосферы могут удовлетворяться условия резонансных переходов.

- 4) Поток ускоренных до гигантских энергий частиц (движение этого потока можно представить как движение с различными скоростями трех областей, состоящих каждая в отдельности из электронов, ядер с $2 \leq Z \leq 28$ и протонов) также окажет свое влияние на движущиеся вдоль него нейтрино.

Таким образом, имеет место корреляция нейтринного потока с солнечными вспышками. Подчеркнем, что эта корреляция предсказывается в рамках как СМ, так и любого ее расширения.

Также отметим еще одно обстоятельство, связанное с солнечной активностью. Нейтрино, проходящие сквозь солнечные пятна (СП), практически постоянно на своем движении сквозь Солнце и его атмосферу находятся в области интенсивного магнитного поля. Согласно существующим представлениям, структура этого поля достаточно сложна

$$\text{rot } \mathbf{B}_z \neq 0, \quad \Phi \neq 0,$$

а величина магнитной индукции B может изменяться от $\sim 10^8$ Гс в центральной до $\sim 10^3$ Гс в корональных областях Солнца. Резонансная картина для таких нейтрино может оказаться богаче, чем для нейтрино, не встречающих на своем пути СП. Следовательно, сравнение нейтринных потоков, проходящих области СП, и потоков, не встречающих при своем движении СП, также даст нам информацию по вопросам структуры электромагнитного поля Солнца.

Неполнота информации о внутреннем строении Земли требует развития новых методов ее изучения. К их числу относится нейтринная томография, имеющая многообещающие перспективы. Суть любого метода геотомографии — по суммарным эффектам, измеренным на поверхности Земли получить информацию о физических свойствах элементов, расположенных в земной толще. К настоящему времени основная информация о строении Земли основывается на сейсмической и гравитационной томографиях. В сейсмической томографии регистрируют время, которое затрачивают сейсмические волны на прохождение через внутренние области Земли к детекторам, расположенным на поверхности на различных расстояниях от источника. Источником сейсмических волн являются землетрясения, самые глубокие очаги которых располагаются на уровне примерно 700 км. Анализ результатов измерений позволяет определить значения сейсмических скоростей объемных (продольных и поперечных) волн — так называемые скоростные разрезы. Однако, если свойства самых верхних оболочек Земли могут быть успешно определены методом сейсмического просвечивания, то три нижних из них — внешнее ядро, переходная зона ядра и внутреннее ядро — пока практически недостижимы для исследования, так как сейсмические волны, освещают эту область

чрезвычайно слабо. Считается, что во внешнем ядре протекают процессы конвекции, обуславливающие магнитное поле Земли и что оно вращается быстрее твердой Земли на $1-3^\circ$ в г. Также предполагаются колебания внутреннего ядра около центра Земли. О состоянии вещества во внутреннем ядре можно только догадываться, но так как сейсмические волны проходят через него, то агрегатное состояние внутреннего ядра — твердое вещество. На сегодняшний день ядро остается малоизученным из-за экранирования его жидкой прослойкой — внешним ядром, непроходимой для сейсмических волн, т. е. в этой области физический эффект в сейсмической томографии отсутствует. Одна из последних гипотез (см. [126] и ссылки, помещенные там) заключается в том, что в центре Земли находится, поддерживающая постоянную ядерную реакцию смесь урана и плутония. Это ядро достигает почти 8 километров в диаметре и оно представляет собой «естественный гигантский ядерный реактор». В результате «работы» ядерного ядра вокруг Земли возникает мощное магнитное поле, которое защищает планету от опасных космических лучей, способных в течение нескольких секунд уничтожить всю биологическую жизнь. Естественный реактор также питает энергию движение материковых платформ и проявляется в извержении вулканов.

Итак, сейсмическая томография имеет ограниченную область применения, точность ее измерений относительно невысока и, что самое главное, она не контролирует начальные условия. Возможности гравитационной томографии еще более ограничены, поскольку она основана на измерении гравитационного поля Земли по изменению величины ускорения свободного падения. Нейтринная томография будет на несколько порядков точнее сейсмической и гравитационной томографий и позволит установить строение Земли уже на другом качественном уровне.

Нейтринная томография будет развиваться в двух направлениях. Первое направление базируется на использовании высокоэнергетических коллайдерных нейтрино. Сечение рассеяния нейтрино на нуклонах σ_ν оказывается пропорциональным энергии нейтрино E_ν , а именно, $\sigma_\nu \simeq 10^{-35} E_\nu \text{ см}^2$. Таким образом, доля нейтрино, выбывших из первичного пучка за счет взаимодействия с нуклонами ядер вещества, пропорциональна числу нуклонов N_m на пути пучка на единицу площади. С другой стороны, N_m определяется соотношением

$$N_m = N_A m(L) = N_A \langle \rho \rangle L,$$

где N_A — число Авогадро, $m(L)$ — суммарная масса на 1 см^2 вещества, $\langle \rho \rangle$ — средняя плотность вещества на пути L . Поэтому, если мы знаем величину σ_ν , то, измеряя степень поглощения нейтрино на пути L в веществе, мы можем найти массу $m(L)$. Детальная информация об $m(L)$

позволит установить изменение плотности вещества с глубиной без каких-либо дополнительных предположений. Это обстоятельство является принципиально важным достоинством нейтринной томографии, отличающим ее от томографии сейсмической, в которой плотность вещества может быть восстановлена лишь при дополнительных предположениях о значениях модулей упругости вещества глубинных областей Земли. Поскольку сечение σ_ν , одинаково для нуклонов вещества, находящегося на поверхности и в глубине Земли, величина его может быть найдена из лабораторных измерений, и таким образом, нейтринная томография не содержит указанных неопределенностей.

Оценим энергии нейтрино, необходимые для геотомографии. Ослабление нейтринного потока J за счет поглощения происходит по экспоненциальному закону

$$J(L) = J(0) \exp \left[-\frac{L}{L_\nu} \right],$$

где $L_\nu = (N_A \rho \sigma_\nu)^{-1}$ — длина поглощения, на которой поток падает в e раз. Общая масса на пути нейтринного пучка при прохождении диаметра Земли составит примерно $1,2 \times 10^{10}$ г/см². Этому значению соответствует $\rho = 10$ г/см³, что дает

$$L_\nu = 1,7 \times 10^5 \text{ км/}E_\nu.$$

Сравнивая, полученную длину поглощения с диаметром Земли $D \simeq 1,2 \times 10^4$ км, мы видим, что эти величины становятся сопоставимыми при энергиях нейтрино порядка ТэВ. Так, при $E_\nu = 10$ ТэВ в Земле поглотится уже примерно половина пучка начальных нейтрино. Итак, регистрируя, прошедшие земную толщу пучки нейтрино с энергиями в интервале от долей до десятков ТэВ, можно будет получить детальную нейтринографию Земли. Это направление нейтринной геотомографии позволит получить информацию о распределении нуклонов в земных недрах. Детектор, находящийся на противоположной стороне Земли, выполняющий функцию рентгеновской пленки в рентгенографии, будет регистрировать процесс выбывания исходных нейтрино из пучка.

Второе направление нейтринографии основано на МСВ-эффекте. В этом случае уже не требуются столь колоссальные энергии нейтрино. Детектор регистрирует число событий вероятного превращения нейтрино (как результат переходов $\nu_l \rightarrow \nu_\nu$). Источниками здесь могут быть как естественные нейтрино — нейтрино, возникшие в результате ядерных реакций на Солнце и звездах, так и искусственные — реакторные и коллайдерные нейтрино. Особенностью здесь является то, что на резонансные конверсии нейтрино влияние оказывает только взаимодействие с электронами среды N_e . Поскольку вероятности резонансных переходов также обнаруживают зависимость от энергии нейтрино, то выбирая

надлежащим образом энергию нейтрино, можно обеспечить выполнение условий резонансов для определенных областей Земли, т. е. сделать измерения наиболее чувствительными к определенным значениям $\langle \rho \rangle$ и малочувствительными — к другим. Достоинство этого метода заключается прежде всего в том, что детектор может измерять не только ослабление пучка исходных нейтрино, но и флейворный состав конечного пучка нейтрино. Подчеркнем, что поскольку первый метод определяет состав нуклонов в земных недрах, а второй метод — электронный профиль земной поверхности, то соединение обоих направлений позволит нейтринной геотомографии получить подробную карту строения Земли.

Система детекторов, используемых в нейтринной томографии не обязательно должна быть стационарной. При использовании коллайдерных нейтрино пучок можно ориентировать под различными углами. Тогда, направив пучок таким образом, что в месте выхода на поверхность находятся морские или океанские просторы, мы можем использовать систему мюонных детекторов на морских судах. Помимо мобильности эта схема имеет еще одно достоинство. Поскольку морская вода однородна, то на расстояниях порядка пробега мюонов поток их становится равновесным и определяется только свойствами налетающих нейтрино, т. е. не зависит от возможных неоднородностей приповерхностного слоя Земли.

Вместо эпилога

Глубокая философия скрыта в великой книге — Вселенной, всегда открытой нашему пытливому взору. Но прочесть эту книгу можно, лишь научившись разбираться в ее языке, научившись читать буквы, из которых она состоит.

Г. Галилей

В 2002 году HT SNO, исследуя солнечные нейтрино, получил непосредственные подтверждения переходов ν_e в ν_μ и ν_τ . Этот результат окончательно доказал гипотезу нейтринных осцилляций, которая использовалась для объяснения дефицита солнечных нейтрино при измерениях на HT Homestake, SAGE, GALLEX, GNO и Super-Kamiokande. Таким образом, проблема солнечных нейтрино, которая была движущей силой в физике нейтрино на протяжении 35 лет, была решена. В том же году результаты SNO нашли свое подтверждение в экспериментах, использовавших хорошо контролируемый пучок реакторных антинейтрино. Все это позволило сделать окончательный вывод о наличии у нейтрино массы и о присутствии смешивания в лептонном секторе. По всеобщему признанию 2002 год стал «*annus mirabilis*» в физике солнечных нейтрино.

Несколькими годами раньше (1998–1999) в наблюдательной астрономии произошло столь же грандиозное открытие. С помощью радиоастрономии был открыт космический вакуум и установлена его плотность во Вселенной. Оказалось, что в мире присутствует не только всемирное тяготение, но и всемирное антитяготение, создаваемое космическим вакуумом. В современной Вселенной вакуум и антитяготение преобладают над обычным веществом и тяготением. Поэтому галактики разбегаются друг от друга с возрастающими скоростями. Это открытие сделано на основании изучения далеких вспышек сверхновых звезд. Из-за их исключительной яркости сверхновые можно наблюдать на очень больших, по-настоящему космологических, расстояниях. Трудность наблюдения обуславливается прежде всего тем, что сверхновых очень мало. В среднем на обычную Галактику приходится одна вспышка сверхновой за примерно 100 лет, и длится эта вспышка всего несколько месяцев, а то и недель. Очевидно, что с помощью нейтринной астрономии удастся получить большую информацию о сверхновых и тем самым уточнить наши знания о Вселенной.

Однако и сейчас уже окончательно ясно, что спустя 14 миллиардов лет после Большого взрыва огромные острова звезд — галактики — удаляются в разные стороны со все возрастающей скоростью. Таким образом, Вселенная будет расширяться неограниченно долго и ей предстоит угасание в бескрайнем холоде. Однако еще задолго до этого печального финала человечество столкнется с проблемами космического масштаба. После того как Солнце превратится в медленно остывающий *белый карлик*, наши потомки будут вынуждены покинуть Землю и искать пристанище на других планетах Млечного пути. К сожалению, и здесь не обойдется без проблем. Ближайшая галактика — туманность Андромеды — приближается к нам со скоростью ~ 100 км/с. Через пять-шесть миллиардов лет обе галактики столкнутся. Очевидно, что лучше быть наблюдателем этого события, чем непосредственным участником, т. е. человечество вынуждено будет сменить нашу Галактику на иную.

Как ни печально, но при таком сценарии наша прекрасная Земля — это всего лишь крошечный и временный остров в ошеломляюще враждебном океане Вселенной. Остров, который все-таки придется покинуть, чтобы продолжить человеческую цивилизацию. Привести эту историю к более или менее счастливому концу может только наука, и в первую очередь физика. Уже во времена Коперника было ясно, что нет в мире такой силы, которая была бы в состоянии остановить научный прогресс. Несмотря на довольно широкий спектр мер, этого не сумели сделать даже изобретательные отцы средневековой инквизиции. Развитие фундаментальной науки не сумела остановить и многочисленная чиновничья братия, требующая ежесекундный практический выход из любых научных исследований и никак не желающая взять в толк, что прогресс это неразрывная цепочка:

фундаментальная наука → прикладная наука → производство.

Хотя, казалось бы, понять это несложно. Действительно, возьмите любой прибор или механизм и проследите историю его создания вспять во времени. И вы убедитесь, что всегда истоком является определенный закон, открытый в фундаментальной науке. К сожалению, временной интервал между этим законом и творением рук человеческих часто длится десятилетия, а то и больше. Так, созданная Максвеллом в 1860–1865 годах теория электромагнитного поля воплотилась в технологических открытиях только в конце 90-х годов XIX века, а предсказанный Дираком в 1928 году позитрон, хоть и был открыт в космических лучах уже в 1932 году, до сих пор не стал источником энергии на наших электростанциях.

К настоящему времени классическая физика как источник создания новых технологий практически исчерпала свои возможности. Новые

направления основываются на открытиях в уже построенной нами стандартной модели сильных и электрослабых взаимодействий. Управляемый термоядерный синтез, появление нейтринной геотомографии, нанотехнологии, перспектива уничтожения ядерных боезапасов с помощью коллайдерных нейтрино могут служить убедительными примерами. Придет время, и источником новых технологий станет «Теория великого объединения», а впоследствии ее сменит «Единая теория поля».

Литература

1. Majorana E. // Nuova Cimento. 1937. **14**. 171.
2. Fukuda S. et al. (Super-Kamiokande Collaboration) // Phys. Rev. Lett. 2001. **86**. 5656.
3. Ahmad Q. R. et al. (SNO Collaboration) // Phys. Rev. Lett. 2001. **87**. 071301.
4. Klapdor-Kleingrothaus H. V., Dietz A., Harney H. L. and Krivosheina I. V. (Heidelberg–Moscow Collaboration) // Mod. Phys. Lett. A. 2002. **16**. 2409.
5. Aalseth C. E. et al. // Mod. Phys. Lett. A. 2002. **510**. 1475.
6. Tauschek B. // Zeit. Phys. 1949. **125**. 108; Gursay F. // Nuovo Cim. Serie X. 1958. **7**. 411.
7. Case R. V. // Phys. Rev. 1957. **107**. 307.
8. Pati J. C. and Salam A. // Phys. Rev. D. 1974. **10**. 275.
9. Cheng T. P. and Li L. F. // Phys. Rev. D. 1980. **22**. 2860.
10. Rizzo T. G. // Phys. Rev. D. 1982. **25**. 1355.
11. Zee A. // Phys. Lett. B. 1980. **93**. 389.
12. Wolfenstein L. // Nucl. Phys. B. 1980. **175**. 93.
13. Lee T. D. // Phys. Rev. D. 1973. **8**. 1226.
14. Glashow S. L. and Weinberg S. // Phys. Rev. D. 1977. **15**. 1958.
15. Velhinho J., Santos R. and Barroso A. // Phys. Lett. B. 1994. **322**. 213.
16. Kayser B., Gibrat-Debu F. and Perrier F. The physics of massive neutrinos. Singapore: World Scientific, 1989.
17. Klapdor-Kleingrothaus H. V. et al. // Phys. Lett. B. 2004. **586**. 198.
18. London D., Belanger G. and Ng J. N. // Phys. Lett. B. 1987. **188**. 155.
19. Boyarkin O. M., Rein D. // Phys. Rev. D. 1996. **53**. 361.
20. Lee B. W., Schrok R. E. // Phys. Rev. D. 1977. **16**. 1444.
21. Smirnov A. Y. // Nucl. Phys. (Proc. Suppl.) B. 1993. **31**. 17.
22. Athar T. and Salati P. // CERN preprint, CERN-TH-7076 (1993).
23. Daraktchieva Z. et al. (MUNU Collaboration) // hep-ex/0502037 (2005).
24. Zee A. // Phys. Lett. B. 1985. **161**. 141; Fukugita M. and Yanagida T. // Phys. Rev. Lett. 1987. **58**. 1807.
25. Mohapatra R. N. // Phys. Lett. B. 1988. **201**. 517.
26. Voloshin M. V. // Yad. Phys. 1988. **48**. 804.
27. Barbieri R., Mohapatra R. N. // Phys. Lett. B. 1989. **218**. 225.
28. Raidal M. // Phys. Rev. Lett. 2004. **93**. 161801.

29. Mohapatra R. N. Sidhu D. // Phys. Rev. Lett. 1977. **38**. 667; Rajpoot S. // Phys. Rev. D. 1989. **40**. 3795; Frankis R. M. et al. // Phys. Rev. D. 1991. **43**. 2369; Mohapatra R. N. // Progr. Part. Nucl. Phys. 1991. **26**. 1.
30. Boyarkin O. M. // Acta Phys. Pol. B. 1992. **23**. 1031; Boyarkin O. M. // Phys. Rev. D. 1994. **50**. 2247.
31. Mohapatra R. N. and Senjanovic G. // Phys. Rev. D. 1981. **23**. 165.
32. Boyarkina G. G., Boyarkin O. M. // Eur. Phys. J. C. 2000. **13**. 99.
33. Kim J. E. // Phys. Rev. D. 1976. **14**. 3000; Beg M. A., Marciano W. J. and Ruderman M. // Phys. Rev. D. 1978. **17**. 1395.
34. Бояркин О. М., Бояркин О. М. // Ядерная физика. 1998. **61**. 683.
35. Бояркин О. М. // Ядерная физика. 1996. **59**. 886.
36. Wolfenstein L. // Phys. Rev. D. 1978. **17**. 2369.
37. Krastev P. I. and Bahcall J. N. // hep-ph/9703267; Gonzalez-Garcia M. C. et al. // hep-ph/9809531; Loreta M. Johnson and Douglas W. McKay // hep-ph/9805311.
38. Михеев С. П., Смирнов А. Ю. // Ядерная физика. 1985. **42**. 1441.
39. Landau L. // Phys. Zeits. d. Sowjetunion. 1932. **2**. 46.
40. Parke S. J. // Phys. Rev. Lett. 1986. **57**. 1725; Haxton W. C. // Phys. Rev. Lett. 1986. **57**. 1271.
41. Zener C. // Proc. Roy. Soc. A. 1932. **137**. 696.
42. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971.
43. Pizzochero P. // Phys. Rev. D. 1987. **36**. 2293.
44. Kuo T. K. and Pantaleone J. // Phys. Rev. D. 1989. **39**. 1930.
45. Parke S. J. // Phys. Rev. Lett. 1986. **57**. 1275; Haxton W. C. // Phys. Rev. D. 1987. **35**. 2532; Percov S. T. // Phys. Lett. B. 1987. **191**. 299.
46. Toshev S. // Phys. Lett. B. 1987. **196**. 170; Kaneko T. // Progr. Theor. Phys. 1987. **78**. 532.
47. Волошин М. Б. Высоцкий М. И., Окунь Л. Б. // ЖЭТФ. 1986. **91**. 754.
48. Grigoriev A., Lobanov A., Studenikin A. // Phys. Lett. B. 2002. **535**; Egorov A., Lobanov A., Studenikin A. // Phys. Lett. B. 2000. **491**. 137.
49. Студеникин А. И. // Ядерная физика. 2004. **67**. 1014; Studenikin A. // Nucl. Phys. B. (Proc. Suppl.) 2005. **143**. 570.
50. Boyarkin O. M. // Phys. Rev. D. 1996. **53**. 5298.
51. Fetscher W., Gerber H. J. and Johnson K. F. // Phys. Lett. B. 1986. **173**. 102.
52. Balke B. et al. // Phys. Rev. D. 1988. **37**. 587.
53. Boyarkin O. M., Bakanova T. I. // Phys. Rev. D. 2000. **62**. 075008.
54. Lohmann W. and Raab J. // DESY. 95-188, DESY. 1995.
55. Meytlis V. P., Strauss H. R. // Solar Physics. 1993. **145**. 111.
56. Altman M. et al. // Phys. Lett. B. 2000. **490**. 16.

57. Bahcall J. N., Basu S. and Pinsonneault M. N. // Phys. Lett. B. 1998. **443**. 1; Bahcall J. N., Basu S. and Pinsonneault M. N. // Astrophys. J. 2001. **555**. 990.
58. Kocharov G. E., Stambunov Yu. N. // Acta Phys. Acad. Sci. Hung. 1970. **29**. 353.
59. Demarque P. et al. // Nature. 1973. **246**. 33.
60. Prentice A. J. // Mon. Not. R. Astron. Soc. 1973. **163**. 331.
61. Clayton D. D., Newman M. J., Talbot R. J. // Astrophys. J. 1975. **201**. 489.
62. Fukuda Y. et al. (Super-Kamiokande Collaboration) // Phys. Rev. Lett. 1998. **81**. 1562.
63. Ahmad Q. R. et al. (SNO Collaboration) // Phys. Rev. Lett. 2001. **87**. 071301.
64. Ahmad Q. R. et al. (SNO Collaboration) // Phys. Rev. Lett. 2002. **89**. 011301.
65. Pal P. B. // Int. J. Mod. Phys. A. 1992. **7**. 5387.
66. Fukuda S. et al. (Super-Kamiokande Collaboration) // Phys. Rev. Lett. 2001. **86**. 5651.
67. Zuber K. Neutrino Physics. Bristol: IOP Publ., 2004.
68. Shi X. and Schramm D. N. // Phys. Lett. B. 1992. **283**. 305.
69. SNO Collaboration // Nucl. Instr. and Meth. A. 2000. **449**. 172.
70. Aharmim B. et al. (SNO Collaboration) // nucl-ex/0502021 (2005).
71. Fogli G. L., Lisi E. // Astropart. Phys. 1995. **3**. 185.
72. Muller D. // Astrophys. J. 1991. **374**. 356.
73. Ormes J. F., Webber W. R. // Proc. Int. Conf. Cosmic Rays, London (1965). Spec. 13. P. 349.
74. Webber W. R., Golden R. L., Stephens S. A. // Proc. 20th Int. Conf. Cosmic Rays / Ed. V. A. Kozaryivsky et al. (Moscow, 1987). Vol. 1. P. 325.
75. Rayan M. J., Ormes J. F., Balasubrahmanyam V. K. // Phys. Rev. Lett. 1972. **28**. 985.
76. Belotti R. et al. // Phys. Rev. D. 1999. **60**. 052002.
77. Boezio M. et al. // Astrophys. J. 1999. **518**. 457.
78. Sanuki T. et al. // Astrophys. J. 2000. **545**. 1135.
79. Alcaraz J. et al. // Phys. Lett. B. 2000. **490**. 27.
80. Parker E. N. Interplanetary Dynamical Processes. New York: Interscience, 1963. P. 161.
81. Stormer C. The Polar Aurora. London: Oxford Clarendon Press, 1955.
82. Fukugita M., Yanagida T. Physics of Neutrinos. Springer, 2003.
83. Волкова Л. В. // Ядерная физика. 1980. **31**. 1510.
84. Reines F. et al. // Phys. Rev. Lett. 1965. **15**. 429.
85. Achar C. V. et al. // Phys. Lett. 1965. **18**. 196.
86. Kajita T., Totsuka Y. // Rev. Mod. Phys. 2001. **73**. 85.
87. Aglietta M. et al. // Eur. Phys. Lett. 1989. **8**. 611.
88. Daum K. et al. // Z. Phys. C. 1995. **66**. 417; Berger C. et al. Phys. Lett. B. 1989. **227**. 489.
89. Hirata K. S. et al. // Phys. Lett. B. 1988. **205**. 416.

90. *Becker-Szendy R. et al.* Phys. Rev. D. 1992. **46**. 3720; *Clark R.* Phys. Rev. Lett. 1997. **79**. 491.
91. *Mann W. A. et al.* // hep-ex/0007031.
92. *Fukuda Y. et al.* // Phys. Lett. B. 1998. **433**. 9; Phys. Lett. B. 1998. **436**. 33.
93. *Strumia A., Vissani F.* // hep-ph/0503246 (2005).
94. SNO Collaboration // nucl-ex/0204008 (2002).
95. SNO Collaboration // nucl-ex/0502021 (2005).
96. Super-Kamiokande Collaboration // hep-ex/0205075 (2002).
97. Latest Gallex and SAGE data have been presented in a talk by C. Cattadori at the «Neutrino 2004» conference (Paris, 14–19 June) // web site neutrino2004.in2p3.fr.
98. Gallex Collaboration // Phys. Lett. B. 1999. **447**. 127.
99. SAGE Collaboration // J. Exp. Theor. Phys. 2002. **95**. 181 (astro-ph/0204245).
100. *Cleveland B. T. et al.* // Astrophys. J. 1998. **496**. 505.
101. KamLAND Collaboration // hep-ex/0406035 (2004).
102. Super-Kamiokande Collaboration // hep-ex/0501064 (2005).
103. MACRO Collaboration // Phys. Lett. B. 2003. **566**. 35 (hep-ex/0304037).
104. K2K Collaboration // hep-ex/0411038 (2004).
105. *Apollonio M. et al.* // Phys. Lett. B. 1999. **466**. 415.
106. *Lewis A., Bridle S.* // Phys. Rev. D. 2002. **66**. 103511; *Allen S. W., Schmidt R. W., Bridle S. L.* // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 2003. **346**. 593; *Tegmark M. et al. (SDSS Collaboration)* // Phys. Rev. D. 2004. **69**. 103501.
107. MAINZ Collaboration // hep-ex/0412056 (2004).
108. TROITSK Collaboration // Phys. Lett. B. 1999. **460**. 227. Последний результат был представлен в докладе *Lobashev V.* // XI International Workshop on Neutrino Telescopes (Venezia, Feb. 22–25 2005).
109. IGEX Collaboration // Phys. Rev. C. 1999. **59**. 2108.
110. Cuoricino Collaboration // hep-ex/0501034 (2005).
111. *Staudt A. et al.* // Phys. Rev. C. 1992. **46**. 871.
112. *Caurier E.* // Phys. Rev. Lett. 1996. **77**. 1954.
113. *Rodin V. A. et al.* // Phys. Rev. C. 2003. **68**. 044302.
114. K2K Collaboration // Nucl. Phys. Proc. Suppl. B. 2001. **91**. 203; *Aliu E. et al. (K2K Collaboration)* // hep-ex/0411038 (2004).
115. *Casagrande L. et al.* // Preprint CERN 96-06 (1996).
116. The CHORUS Collaboration // Phys. Lett. B. 2001. **497**. 8; The NOMAD Collaboration // Nucl. Instr. and Meth. A. 1998. **404**. 96.
117. The ICARUS Collaboration // Nucl. Instrum. and Meth. A. 2001. **461**. 324; CERN-SPSC/2002-27, SPSC-P-323 (2002).
118. The OPERA Collaboration // CERN-SPSC-P-318, LNGS-P25-00; *Komatsu M. et al.* // hep-ph/0210043 (2002).
119. *Komatsu M. et al.* // J. Phys. G. 2003. **29**. 443.

120. *Bergmann S. et al.* // Phys. Rev. D. 2000. **62**. 073001 (hep-ph/0004049); *For-nengo N. et al.* // hep-ph/0108043 (2001); *Huber P. and Valle J. W. F.* // hep-ph/0108193 (2001).
121. *Бояркин О. М.* // Ядерная физика. 2001. **64**. 354; *Boyarkin O. M., Boyarkina G. G.* Phys. Rev. D. 2003. **67**. 073023.
122. *Buchmuller W. and Plumacher M.* // Int. J. Mod. Phys. A. 2000. **15**. 5047; *Glu-dice G. F., Notari A., Raidal M., Riotto A. and Strumia A.* // hep-ph/0310123 (2003).
123. *Boyarkin O. M., Boyarkina G. G. and Bakanova T. I.* // Phys. Rev. D. 2004. **70**. 113010.
124. *Кошиба М.* // УФН. 2004. **174**. 418.
125. *Boyarkin O. M. and D. Rein* // Zeitschr. Phys. C. 1995. **67**. 607.
126. *Herndon J. M.* // Proc. Nat. Acad. USA. 2003. **100**. 30473050.